

PUBBLICAZIONI
DELL'ISTITUTO NAZIONALE DI GEOFISICA
DEL CONSIGLIO NAZIONALE DELLE RICERCHE
diretto dal prof. ANTONINO LO SURDO Accademico d'Italia

N. 94

PAOLO EMILIO VALLE

Sull'energia associata alle onde
sismiche *SKS* ed *SKKS*

ANNO MCMXLIII-XXI
ROMA

ESTRATTO DA "LA RICERCA SCIENTIFICA.."
ANNO 14° - N. 1 - GENNAIO 1943-XXI, pag. 8

Riassunto: In base ad alcuni studi sulle onde *PKP*, è stata rilevata la probabile esistenza nell'interno del nucleo terrestre, di una zona in cui la velocità presenta un notevole incremento o una discontinuità. Questo fatto produrrebbe un cappio nelle dromocrone delle onde che lo hanno attraversato. Mediante una approssimata valutazione dell'energia associata alle onde *SKS* ed *SKKS*, si mostra che la verifica sperimentale della anomalia delle relative dromocrone è generalmente quasi impossibile e si limitano — sia pure in modo approssimativo — gli intervalli della distanza epicentrale in cui tali onde sono presumibilmente osservabili in casi ordinari.

1. — Le onde sismiche *SKS* costituiscono una delle fasi più importanti per le ricerche sulla costituzione del nucleo terrestre e più particolarmente sulle modalità cinematiche e dinamiche della propagazione delle onde elastiche nel suo interno.

Lo studio della fase *PKP*, osservata a distanze epicentrali minori della distanza focale — 140° circa — ha consentito di mettere in evidenza alcune particolarità costitutive del nucleo.

Sembra che l'andamento delle velocità di propagazione delle onde longitudinali nell'interno del nucleo, sia caratterizzato da un forte incremento o da una discontinuità ad una profondità di circa 2200 km a partire dalla sua superficie. Questo forte incremento o discontinuità produrrebbe una specie di cappio, con due punti focali alle estremità, nella dromocrona della fase *PKP*. Corrispondentemente un analogo cappio dovrebbe notarsi nell'andamento della dromocrona delle onde *SKS*, in un intervallo della distanza epicentrale compreso tra i 100° e i 135° .

E' stata inoltre avanzata l'ipotesi che la fase *SKS* potesse avere, per distanze inferiori agli 80° , più di un punto focale; la corrispondente dromocrona potrebbe inoltre rivolgere la concavità verso l'alto. Sotto particolari condizioni, è stato teoricamente dimostrato che la suddetta dromocrona non può rivolgere mai la concavità verso l'alto, cioè le distanze epicentrali debbono essere funzione decrescente dell'angolo d'incidenza del raggio sismico alla superficie della Terra.

Secondo i più recenti dati sulla distribuzione delle velocità nell'interno del globo, le osservazioni delle onde *SKS* dovrebbero cominciare ad una distanza epicentrale di circa $62^{\circ},7$. I dati sperimentali non ne hanno sinora confermato la presenza a distanze inferiori ai $78^{\circ}\div 80^{\circ}$ e quindi non è stato possibile verificare l'effettivo andamento della dromocrona nell'intervallo compreso tra i $62^{\circ},7$ e i $78^{\circ}\div 80^{\circ}$. Ad elevate distanze epicentrali non si rileva, in generale, la presenza di onde *SKS*; manca inoltre la verifica sperimentale dell'esistenza del cappio di cui si è fatto cenno.

I lavori che hanno portato ai risultati sopra esposti sono principalmente dovuti a I. Lehmann, Gutenberg e Richter, H. Jeffreys (1).

2. — Devesi rilevare che in queste recenti ricerche, tendenti ad accertare l'esistenza di speciali caratteristiche nell'andamento della dromocrona delle onde *SKS*, non si è tenuto quantitativamente conto — per quanto ci risulta — del fatto che l'energia delle onde sismiche subisce generalmente, come è noto, una notevole diminuzione, quando si rifrange attraverso superficie di discontinuità. La perdita d'energia, funzione dell'angolo d'incidenza del raggio sismico e delle caratteristiche elastiche dei due mezzi, è dovuta all'originarsi di altri tipi di onde, le quali sottraggono parte, e, sotto particolari condizioni, anche tutta l'energia associata all'onda incidente (2).

L'assorbimento da parte del mezzo, sebbene la variazione dell'effettivo cammino del raggio sismico, in funzione della distanza epicentrale, non sia molto grande, non dev'essere del tutto trascurabile.

A questi due effetti deve attribuirsi probabilmente il fatto che non è stato possibile osservare la fase a piccole e a grandi distanze epicentrali. E' ragionevole supporre che l'effetto, per così dire, selettivo, nei riguardi della distribuzione della densità d'energia in funzione della distanza epicentrale, sia dovuto principalmente al passaggio delle onde sismiche attraverso la superficie di separazione del mantello e del nucleo o — quanto meno —

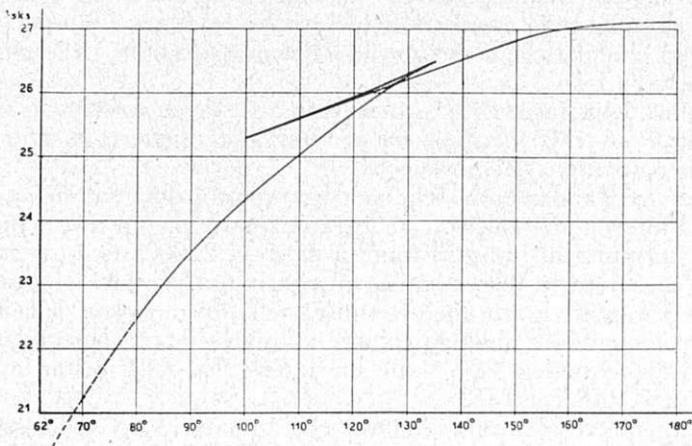


Fig. 1

attraverso una zona di transizione. L'effetto dipenderà dalle caratteristiche elastiche della parte inferiore del mantello e della parte superficiale del nucleo.

Attualmente poco si conosce sullo stato della materia e sull'attitudine a propagare le onde elastiche delle parti più interne della terra e specialmente del nucleo. Generalmente si ammette che nel nucleo sia $\mu=0$: in esso sarebbe quindi impossibile il passaggio di onde trasversali. Il Macelwane (3) afferma però di aver riscontrato, nei sismogrammi del terremoto del 26 giugno 1924, la presenza di onde che avrebbero attraversato il nucleo come trasversali, e per le quali è stato proposto il simbolo *SZS*.

Più recenti ricerche eseguite da Honda sulla fase *S_cS* sembrerebbero invece confermare l'esistenza di un nucleo allo stato liquido (4).

Le velocità di propagazione al disopra e al disotto della discontinuità sono note con qualche incertezza.

Il coefficiente di assorbimento, in funzione della profondità, è pressoché sconosciuto, mentre l'andamento della densità è stato recentemente calcolato da K. E. Bullen (5).

Quindi i dati fisici per un calcolo peccano di qualche incertezza, ed inoltre soltanto la teoria matematica della rifrazione riguardante le onde piane consente l'esecuzione non troppo faticosa di calcoli numerici. Devesi però rilevare che la fase *SKS* si presenta polarizzata. Recentemente ne è stata eseguita una verifica, ed è stato altresì trovato che il suo periodo è sensibilmente indipendente dalla distanza epicentrale, almeno nel caso esaminato e in un intervallo compreso tra gli 83° e i 101°. (6). Ciò sarebbe in accordo con la teoria. Non è quindi troppo azzardato eseguire un calcolo che, sebbene in primissima approssimazione, possa mettere in evidenza l'andamento della densità d'energia che arriva alla superficie terrestre in funzione della distanza epicentrale.

3. — Si ammetta la simmetria assiale.

Sia C_0 la densità d'energia che giunge alla superficie del nucleo, dovuta ad oscillazioni contenute nel piano principale (l'energia dovuta alla componente normale della vibrazione è — supposto il nucleo liquido — totalmente riflessa). Indicando con dS_K la superficie infinitesima di una corona circolare compresa fra due raggi sismici, normale ad uno di essi, si avrà, con evidente significato dei simboli, a meno di infinitesimi d'ordine superiore:

$$dS_K = 2\pi r_K^2 \sin \frac{\Theta_{ScS}}{2} \cos i_K d\Theta_K \quad [1]$$

Sia dS_{SKS} la superficie infinitesima di un'analogica corona circolare alla superficie della Terra; si avrà analogamente:

$$dS_{SKS} = 2\pi r_0^2 \sin \Theta_{SKS} \cos i_0 d\Theta_{SKS} \quad [2]$$

Posto quindi

$$\frac{dE}{dS_K} = 100 C_0 \quad [3]$$

è consegua:

$$\frac{dE}{dS_{SKS}} = 100 C_0 f_1(\Theta_{SKS}) f_2(\Theta_{SKS}) \frac{dS_K}{dS_{SKS}} \quad [4]$$

Dove f_1 è una funzione che rappresenta la percentuale dell'energia che l'onda ha conservato in seguito alle rifrazioni subite, e f_2 la funzione relativa all'assorbimento.

Esprimendo la [4] in termini della [1] e [2] si ottiene:

$$\frac{dE}{dS_{SKS}} = 100 C_0 f_1(\Theta_{SKS}) f_2(\Theta_{SKS}) \frac{r_K^2}{r_0^2} \frac{\sin \frac{\Theta_{ScS}}{2} \cos i_K}{\sin \Theta_{SKS} \cos i_0} \frac{d\Theta_K}{d\Theta_{SKS}} \quad [5]$$

supposto:

$$C_0 \frac{r_K^2}{r_0^2} f_2(\Theta_{SKS}) = \text{costante} = \dot{C}$$

e posto:

$$\frac{\sin \frac{\Theta_{ScS}}{2} \cos i_K}{\sin \Theta_{SKS} \cos i_0} \frac{d\Theta_K}{d\Theta_{SKS}} = f_2(\Theta_{SKS})$$

la [5] si scrive:
$$\frac{1}{C} \frac{dE}{dS_{SKS}} = 100 f_1(\Theta_{SKS}) f_2(\Theta_{SKS}) \quad [6]$$

Analogamente per le onde riflesse si ha:

$$\frac{dE}{dS_{SKKS}} = 100 C_0' f_1'(\Theta_{SKKS}) f_3' \frac{r_K^2}{r_0^2} \frac{\sin \frac{\Theta_{ScS}}{2} \cos i_K}{\sin \Theta_{SKKS} \cos i_0} \frac{d\Theta_K}{d\Theta_{SKKS}} \quad [7]$$

dove, essendo $\Theta_{SKKS} = \Theta_{SKS} + \Theta_K$, risulta

$$\frac{d\Theta_K}{d\Theta_{SKKS}} = \frac{d\Theta_K/d\Theta_{SKS}}{1 + d\Theta_K/d\Theta_{SKS}}$$

Con la stessa ipotesi fatta per le onde SKS la [7] si scrive:

$$\frac{1}{C_1} \frac{dE}{dS_{SKKS}} = 100 f_1'(\Theta_{SKKS}) f_2'(\Theta_{SKKS}) \quad [8]$$

Le funzioni f_1 ed f_1' sono state calcolate in base alla teoria delle onde piane ⁽²⁾, teoria da ritenersi valida in prima approssimazione, in quanto la curvatura massima del raggio sismico in prossimità del nucleo è dell'ordine di $3 \cdot 10^{-5}$ km⁻¹. E' stata presa in considerazione la discontinuità relativa al nucleo, per l'interno del quale si è fatto $\mu = 0$, e quella di Mohorovicic.

Quest'ultima discontinuità non ha però una influenza critica, poichè l'angolo d'incidenza è piccolo, ed è altresì piccola la sua variazione. La percentuale dell'energia che l'attraversa varia tra le distanze epicentrali di 69°,5 e 171°,2 dal 96,2% al 96,65%.

La discontinuità a 480 km circa di profondità, e quella relativa allo strato del basalto, sono state trascurate sia perchè non sono critiche, sia perchè mentre alcuni autori affermano la loro esistenza, altri ritengono che si tratti solo di zone in cui la velocità subisce una notevolissima variazione.

Per i calcoli numerici sono stati usati i tempi di tragitto nel nucleo e nel mantello, forniti da Gutenberg e Richter e da H. Jeffreys ⁽³⁾.

I valori delle velocità e densità sono stati così assunti:

nello strato del granito (τ)	$V_P = 5,7$ km/sec.	$V_S = 3,36$ km/sec.	$\rho = 3$
alla superf. sup. del mantello	$V_P = 8$ » »	$V_S = 4,4$ » »	$\rho = 3,32$
alla superf. inf. del mantello	$V_P = 13,65$ » »	$V_S = 7,3$ » »	$\rho = 5,56$
alla superficie del nucleo	$V_P = 8$ » »	$V_S = 0$ » »	$\rho = 9,69$

La $d\Theta_K/d\Theta_{SKKS}$ è stata dedotta graficamente.

4. — L'andamento della densità d'energia o meglio del suo fattore di proporzionalità $1/C dE/dS_{SKS}$ è caratterizzato, come mostra la fig. 2, dall'esistenza di uno stretto intervallo della distanza epicentrale, nell'interno del quale possiede un valore rilevante. Il fatto che non sia stato possibile osservare la fase SKS a piccole e grandi distanze epicentrali sembra quindi doversi attribuire quasi esclusivamente alla rifrazione attraverso la superficie del nucleo.

La densità d'energia alla superficie della Terra sarebbe ordinariamente molto piccola fino a 78°, e dato che le onde SKS arrivano — tra i 62°,7 e i 78°÷80° — dopo le onde S, verrebbero probabilmente da queste ultime ma-

TABELLA I

Θ_{SKS}	$10^2 f_1(\Theta_{SKS})$	$f_2(\Theta_{SKS})$	$\frac{1}{U} \frac{dE}{dS_{SKS}}$	Θ_{SKS}	$10^2 f_1(\Theta_{SKS})$	$f_2(\Theta_{SKS})$	$\frac{1}{U} \frac{dE}{dS_{SKS}}$	Θ_{SKS}	$10^2 f_1(\Theta_{SKS})$	$f_2(\Theta_{SKS})$	$\frac{1}{U} \frac{dE}{dS_{SKS}}$
62°7	0,00	---	0,00	102°5	68,37	0,4582	31,33	121°3	1,49	0,1123	0,17
68°7	0,00	---	0,00	103°7	67,02	0,4166	27,92	115°1	1,41	0,1038	0,15
69°5	9,17	0,2292	2,10	103°9	00,00	---	00,00	110°7	1,25	0,09738	0,12
75°5	9,18	0,2640	2,42	104°9	2,53	0,3428	0,87	106°5	1,18	0,09301	0,11
76°3	16,42	0,3322	5,45	106°	12,54	0,3361	4,21	100°	1,10	0,09069	0,10
77°1	22,70	0,3941	8,95	107°8	14,07	0,3380	4,76	106°5	1,18	0,09395	0,11
78°6	37,44	0,6768	25,34	110°5	15,13	0,3331	5,04	118°3	1,11	0,1004	0,11
78°8	54,95	0,8030	36,09	115°1	11,68	0,2861	3,34	129°9	0,97	0,1109	0,11
79°7	55,94	0,8216	45,96	120°8	8,26	0,2745	2,27	133°9	0,97	0,1181	0,11
82°8	69,67	0,7473	52,06	125°5	6,74	0,2573	1,73	143°3	0,74	0,1482	0,11
86°1	72,93	0,5922	43,19	130°4	5,39	0,2269	1,22	148°4	0,47	0,1727	0,08
91°4	73,37	0,5760	42,26	135°	4,23	0,2210	0,93	163°5	0,01	0,1324	0,00
96°7	72,58	0,5575	40,46	131°9	2,95	0,1110	0,33	171°2	0,00	---	0,00
100°4	76,67	0,4954	35,01	126°7	1,67	0,0880	0,15	180°	0,00	---	0,00

TABELLA II

Θ_{SKKS}	$10^2 f_1'(\Theta_{SKKS})$	$f_2'(\Theta_{SKKS})$	$\frac{1}{C_1} \frac{dE}{dS_{SKKS}}$	Θ_{SKKS}	$10^2 f_1'(\Theta_{SKKS})$	$f_2'(\Theta_{SKKS})$	$\frac{1}{C_1} \frac{dE}{dS_{SKKS}}$	Θ_{SKKS}	$10^2 f_1'(\Theta_{SKKS})$	$f_2'(\Theta_{SKKS})$	$\frac{1}{C_1} \frac{dE}{dS_{SKKS}}$
64°7	0,00	---	0,00	122°8	10,41	0,2186	2,27	182°9	0,35	2,4134	0,84
76°7	0,00	---	0,00	134°1	9,48	0,2351	2,23	186°	0,03	1,1563	0,03
79°5	6,34	0,1092	0,69	147°4	9,36	0,3055	2,86	189°8	0,001	0,7116	0,00
91°5	6,34	0,1167	0,74	160°7	9,62	0,4779	4,60	196°5	0,03	0,4119	0,01
94°3	9,65	0,1310	1,26	170°4	10,18	0,8974	9,14	203°1	0,03	0,2581	0,01
97°1	11,68	0,1421	1,66	176°5	10,81	2,3309	25,20	222°8	0,03	0,1356	0,00
102°6	14,10	0,1762	2,48	179°7	11,16	28,9847	323,47	---	---	---	---
104°8	14,24	0,1880	2,68	180°	---	---	∞	---	---	---	---
109°7	13,30	0,1982	2,64	182°	0,00	---	0,00	---	---	---	---

scherate, in modo da renderne difficilissima l'individuazione. A $103^{\circ},9$ la densità d'energia va a zero; i raggi sismici emergenti a distanze superiori a $103^{\circ},9$ danno origine, oltre che alle onde ScS ed $SKKS$, anche alle onde ScP e SKP ; quindi l'energia associata all'onda SKS viene notevolmente abbassata. Praticamente per distanze superiori ai 135° circa la fase SKS non dovrebbe essere ordinariamente osservabile. Altrettanto dicasi del coppia della dromocrona. Il limite inferiore della distanza epicentrale al quale sarebbe possibile, in casi ordinari, notare la fase, coinciderebbe all'incirca col punto d'intersezione della sua dromocrona con quella delle onde S .

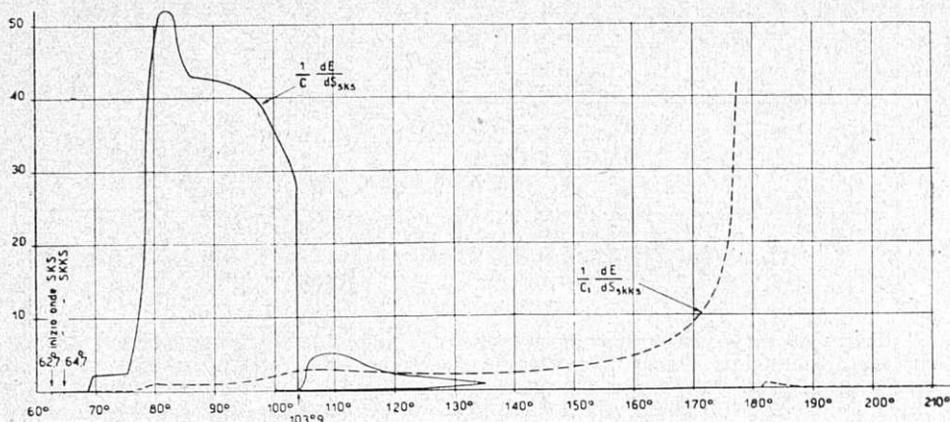


Fig. 2

Per quanto riguarda le onde riflesse nell'interno del nucleo, il fattore $1/C_1 dE/dS_{SKKS}$ cresce col crescere della distanza epicentrale fino a diventare infinito a 180° . E' ovvio il significato di questo punto singolare.

Per piccole e medie distanze epicentrali le onde $SKKS$ sarebbero, in casi ordinari, difficilmente osservabili.

L'accordo di questi risultati con l'esperienza sembra, sia pure grossolanamente, verificato.

BIBLIOGRAFIA

- (¹) GUTENBERG B. and RICHTER C. F.: *On seismic wave, first paper*. « Gerl. Beitr. Geoph. », v. XLIII, 1934.
 — GUTENBERG B. and RICHTER C. F.: *On seismic wave, fourth paper*. « Gerl. Beitr. Geoph. », v. LIV, 1939.
 — GUTENBERG B.: *On focal points of SKS*. « Bull. Seism. Soc. Amer. », v. XXVIII, 1938.
 — GUTENBERG B. and RICHTER C. F.: *P' and the earth's core*. « M.N.R.A.S. Geoph. Suppl. », 4, 1938.
 — JEFFREYS H.: *The time of the core waves*. « M.N.R.A.S. Geoph. Suppl. », 4, 1939.
 — JEFFREYS H.: *Time of P, S and SKS*. « M.N.R.A.S. Geoph. Suppl. », 4, 1939.
 — JEFFREYS H.: *Southern earthquakes and the core waves*. « M.N.R.A.S. », 4, 1938.
 — JEFFREYS H.: *The times of PcP and ScS*. « M.N.R.A.S. », 4, 1939.
 — LEHMANN I.: *P'*. « Pubbl. Bur. Central U.G.G.I. », v. XVI, 1936.

- LEHMANN I.: *Seismic time-curves for epicentral distances around 80°*. *The Aleutian earthquake of 1929. July 7th*. «Pubbl. Bur. Centr. U.G.G.I.», v. XII, 1935.
- LEHMANN I.: *On SKS*. Geodaetisk Institut Meddelelse, n. 15, Copenhagen, Danimarca, 1940.
- (2) KNOTT C. G.: *On Reflexion and Refraction of elastic waves, with seismological applications*. «Philosophical Magazine and Journal of Science», v. XLVIII, 1899.
- ZOEPPRITZ K.: *Ueber Reflexion und Durchgang seismischer Wellen durch Unsteigkeitsflächen*. «Nachr. von der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften» zu Göttingen, 1919.
- GUTENBERG B., «Handbuch der Geophysik», bd. IV, 1929.
- (3) MACELWANE J. B.: *The south Pacific earthquake of June 26, 1924*. «Gerl. Beitr.», band v. XXVIII, 1930.
- MACELWANE J. B. and SOHON: *Introduction to theoretical seismology*, 1936.
- (4) HONDA H.: *On the Sc S waves and the rigidity of the earth's core*. «Geoph. Magazine», VIII, 1938 (First paper).
- HONDA H. and HASAYA Y.: *On the Sc S waves and the rigidity of the Earth's core* (Second paper). «Geoph. Magazine», v. XIII, 1940.
- (5) BULLEN K. E.: *In Transaction of the R. Soc. of New Zealand*, v. LXVII, 1937, nonché «M.N.A.S.L.».
- ODDONE E.: *Discontinuità, densità e compressibilità cubica nell'interno della Terra*. «Geofisica pura e applicata», v. I, 1939, n. 3-4.
- BOAGA G.: *Sulla costituzione interna terrestre*. «Geofisica pura e applicata», v. II, 1940, n. 3-4.
- (6) VALLE P. E.: *Contributo allo studio delle onde SKS*. «Bollettino della Soc. Sism. Ital. 1941», stampato nel 1942, n. 3-4.
- (7) CALOI P.: *Ricerche su terremoti ad origine vicina. Scosse del Consiglio dell'ottobre 1936-XIV*. «Ric. scient.», v. II, 1938, n. 7-8.