PUBBLICAZIONI DELL'ISTITUTO NAZIONALE DI GEOFISICA

N. 123

PIETRO CALOI

SULLA DETERMINAZIONE DELLE COORDINATE EPICENTRALI DI UN TERREMOTO AD ORIGINE VICINA

ROMA

ANNO 1947

Estratto dagli
Atti della Accademia delle Scienze di Torino
Vol. 81 e 82 (1945-46, 1946-47).

Vincenzo Bona - Torino (22725)

Sulla determinazione delle coordinate epicentrali di un terremoto ad origine vicina.

Nota di PIETRO CALOI
presentata dal Socio nazionale Alfredo POCHETTINO
nell'adunanza del 30 Luglio 1946

Riassunto. — *Si volge in forma analitica un metodo per la determinazione delle coordinate epicentrali di un terremoto ad origine vicina, già precedentemente esposto dall'Autore in forma geometrica. Si danno tre esempi di applicazione.*

In un precedente lavoro [1] avevo proposto alcuni metodi grafici per la determinazione delle coordinate epicentrali e della profondità ipocentrale di un terremoto ad origine vicina. Successivamente [2], traducevo in forma analitica il metodo per la determinazione della profondità ipocentrale.

Ritengo non inutile tradurre in forma analitica anche uno dei metodi grafici per la determinazione delle coordinate epicentrali, e precisamente quello che si vale dei dati di quattro stazioni. La soluzione geometrica del problema è la seguente. Sono date quattro stazioni, una delle quali, la più vicina, scelta come fondamentale. Conosciamo i tempi di registrazione delle onde longitudinali dirette *Pg* nelle stazioni assegnate O_1, O_2, O_3, O_4. Indichiamo con $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ le differenze fra i tempi di registrazione delle *Pg* nelle tre stazioni più lontane e il tempo delle *Pg* nella stazione fondamentale: le tre circonferenze di raggi $v_{P_g} \cdot \delta_1$, $v_{P_g} \cdot \delta_2$, $v_{P_g} \cdot \delta_3$ e centri in O_2, O_3, O_4 dovranno risultare tangenti esternamente ad una circonferenza che ha per centro l'epicentro (*). Tracciato uno dei quattro assi di simili-

(*) A rigor di termini, le distanze $v_{P_g} \cdot \delta_1$, $v_{P_g} \cdot \delta_2$, $v_{P_g} \cdot \delta_3$ vanno contate sulle congiungenti ipocentro-stazione. Però, come abbiamo provato nella tudine delle tre circonferenze (O_2), (O_3), (O_4) — nel nostro caso, l'asse d'omotetia diretta delle circonferenze stesse —; determinati i poli P_1, P_2, P_3 di questo asse rispetto a ciascuna delle tre circonferenze, si congiungano P_1, P_2, P_3 ad centro radicale C delle tre circonferenze. Ognuna delle rette CP_1, CP_2, CP_3 incontra le circonferenze in due punti: quello dei due che più risulta vicino a C è punto di tangenza delle circonferenze date con la circonferenza incognita, il cui centro è l'epicentro cercato. La circonferenza passante per gli altri tre punti non fa al nostro caso, come pure gli altri sei cerchi tangenti che si ottengono applicando la stessa costruzione ai tre assi di omotetia inversa.

Passiamo alla soluzione analitica.

Indichiamo con (O_2), (O_3), (O_4) le tre circonferenze assegnate di raggi r, r', r'' rispettivamente, e con (E) la circonferenza incognita di raggio R. Poichè (E) deve risultare tangente a (O_2), (O_3), (O_4) le coordinate del suo centro soddisfano alle relazioni

$$O_2 = R(R + 2r) \quad ; \quad O_3 = R(R + 2r') \quad ; \quad O_4 = R(R + 2r''),$$

dove con O_2, O_3, O_4 si indicano le equazioni delle circonferenze date.

Poniamo l'origine delle coordinate al centro della circonferenza (O_2) e indichiamo con x, y le coordinate del punto di contatto di (O_2) con (E). Se X, Y sono le coordinate del centro di (E), si ha manifestamente

$$X = \frac{x(R + r)}{r} \quad , \quad Y = \frac{y(R + r)}{r} . \tag{1}$$

---

nota citata [1], l'errore che si commette valutandole in superficie, è generalmente trascurabile. Nel caso di quattro stazioni, poi, la possibilità di usufruire di stazioni con distanze epicentrali lievemente diverse l'una dall'altra, viene ad escludere ogni eventuale, apprezzabile influenza sulla determinazione dell'epicentro. Comunque, si può sempre prescindere da questa causa d'errore, prendendo i valori delle differenze $\delta\Delta_i$ delle distanze epicentrali rispetto alla stazione fondamentale, corrispondenti alle differenze di tempo δ_i, dalle tabelle dei tempi di arrivo delle onde Pg, per medie profondità ipocentrali.

X, Y devono inoltre verificare le equazioni

$$(2)\qquad O_2 - O_3 = 2R(r - r') \quad , \quad O_2 - O_4 = 2R(r - r'').$$

Indichiamo con α', β'; α'', β'' le coordinate dei centri di (O_3), (O_4) rispetto all'origine [centro di (O_2)]. La sostituzione di X, Y a x, y nelle (2), tenendo conto delle equazioni di (O_2), (O_3), (O_4) messe sotto forma generale, conduce alle relazioni

$$(3)\qquad \begin{aligned}(R + r)(O_2 - O_3) &= R[(r - r')^2 - \alpha'^2 - \beta'^2]\\ (R + r)(O_2 - O_4) &= R[(r - r'')^2 - \alpha''^2 - \beta''^2]\,.\end{aligned}$$

Consegue che il punto di contatto cercato si trova all'intersezione della circonferenza (O_2) con la retta

$$\frac{O_2 - O_3}{\alpha'^2 + \beta'^2 - (r - r')^2} = \frac{O_2 - O_4}{\alpha''^2 + \beta''^2 - (r - r'')^2}\,,$$

che, in forma esplicita, può scriversi

$$(4)\qquad \frac{\alpha' x + \beta' y + (r' - r)r}{\alpha'^2 + \beta'^2 - (r - r')^2} = \frac{\alpha'' x + \beta'' y + (r'' - r)r}{\alpha''^2 + \beta''^2 - (r - r'')^2}\,.$$

Poichè

$$(5)\qquad O_2 \equiv x^2 + y^2 - r^2 = 0\,,$$

fatte le posizioni

$$(6)\qquad \varrho'^2 = \alpha'^2 + \beta'^2 - (r - r')^2 \quad ; \quad \varrho''^2 = \alpha''^2 + \beta''^2 - (r - r'')^2\,,$$

$$(7)\qquad \varepsilon_1 = \varrho''^2 \alpha' - \varrho'^2 \alpha'' \quad ; \quad \varepsilon_2 = \varrho''^2 \beta' - \varrho'^2 \beta''\,,$$

$$(8)\qquad \sigma = \varrho'^2 (r'' - r) - \varrho''^2 (r' - r)\,,$$

$$(9)\qquad \chi = \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 - \sigma^2}\,,$$

dalle (4), (5) consegue

$$(10)\qquad x = r\,\frac{\sigma\varepsilon_1 \mp \chi\varepsilon_2}{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2} \quad , \quad y = r\,\frac{\sigma\varepsilon_2 \mp \chi\varepsilon_1}{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2}\,.$$

D'altronde, dalle (3) si ha

$$(11)\qquad R = \frac{r}{4}\left[\frac{r^2 - r'^2 + \alpha'^2 + \beta'^2 - 2\alpha' x - 2\beta' y}{\alpha' x + \beta' y + r(r' - r)} + \right.$$
$$\left. + \frac{r^2 - r''^2 + \alpha''^2 + \beta''^2 - 2\alpha'' x - 2\beta'' y}{\alpha'' x + \beta'' y + r(r'' - r)}\right].$$

Sostituite le (10) nella (11), si ottengono due valori per R. Le (1) danno allora due coppie di valori per X, Y. Si vede immediatamente quale di queste coppie costituisca le coordinate dell'epicentro. L'altra coppia dà le coordinate del centro della circonferenza che tange le tre circonferenze date nei tre punti più discosti dal centro radicale. La (11) dà per il raggio di quest'ultima circonferenza un valore positivo solo quando essa non comprende le circonferenze assegnate.

Diamo tre esempi di applicazione.

1. – *Terremoto del Tirolo dell'8 ottobre 1930.* — Hiller (3) trovò per questo terremoto le seguenti coordinate epicentrali: $\lambda = 10^\circ 40'$ E Gr.; $\varphi = 47^\circ 23'$ N. Gräfe (4) calcolò come epicentro il punto di coordinate $\lambda = 10^\circ 47'$ E; $\varphi = 47^\circ 27'$ N. La sensibile differenza nei valori qui riportati è dovuta al fatto che, come provò Gräfe, conformemente alle conclusioni del geologo E. Kraus, il terremoto in questione fu originato da una frattura prodottasi nel terreno, di una lunghezza di 25 km. ca. Si tratta quindi di una linea epicentrale, che non può essere schematizzata in un punto, neppure in prima approssimazione.

Nell'unita tabellina sono contenuti, oltre alle coordinate geografiche delle stazioni, i tempi delle Pg, le differenze δ_{P_g}, rispetto a Ravensburg scelta come fondamentale, dei tempi ottenuti per le Pg nelle altre tre stazioni, e i percorsi $\delta\Delta$ corrispondenti alle differenze di tempo δ_{P_g} (valutati con riferimento ad una tabella dei tempi di tragitto delle Pg, per medie profondità):

Stazioni	Coordinate geografiche		Pg	δ_{P_g}	$\delta\Delta$
1. Ravensburg	$9^\circ 36',83$	$47^\circ 47',00$	$00^h 27^m 25^s,0$	—	—
2. Monaco	$11^\circ 36',52$	$48^\circ 08',76$	27 ,0	$2^s,4$	13,7 km.
3. Zurigo	$8^\circ 34',83$	$47^\circ 22',12$	36 ,4	11 ,4	65,0 km.
4. Nördlingen	$10^\circ 29',43$	$48^\circ 50',92$	36 ,5	11 ,5	65,6 km.

I numeri dell'ultima colonna costituiscono i raggi delle circonferenze aventi centri in Monaco (r), Zurigo (r'), Nördlingen (r'') rispettivamente.

Presa come origine del sistema di coordinate ortogonali Monaco (asse delle ordinate, il meridiano per Monaco; asse delle ascisse, il cerchio massimo a 90°, in direzione orientale), con metodi geodetici (7) si trova, note le coordinate geografiche di Zurigo e Nördlingen, che le coordinate ortogonali di queste ultime stazioni (centri delle circonferenze (O_3), (O_4)) sono:

$$\alpha' = -227{,}9 \text{ km}, \ \beta' = -84{,}5 \quad ; \quad \alpha'' = -83{,}0, \ \beta'' = +77{,}85$$

L'applicazione delle (10), tenuto conto delle (6), (7), (8), (9), conduce ai seguenti valori per le x, y:

$$x = \begin{cases} +13{,}70 \\ -\ 9{,}04 \,, \end{cases} \qquad y = \begin{cases} -\ 0{,}145 \\ -10{,}29 \,. \end{cases}$$

Dalla (11), per la prima coppia di valori delle coordinate ($x = +13{,}7$; $y = -0{,}14$) si ottiene

$$R = -174{,}33 \,.$$

È stato detto più sopra il significato del segno —.
Per la seconda coppia, invece, si ha:

$$R = 93{,}13 \text{ km.}$$

Dalle (1) consegue allora, nel primo caso

$$X = -160{,}63 \quad ; \quad Y = +1{,}7000 \,;$$

nel secondo caso

$$X = -70{,}49 \quad ; \quad Y = -80{,}24 \,.$$

Evidentemente, la soluzione che a noi interessa è la seconda:

$$x = -9{,}04 \text{ km}, \ y = -10{,}29 \quad ; \quad R = 93{,}13 \,;$$
$$X = -70{,}49, \ Y = -80{,}24 \,.$$

L'ultima coppia di valori per X, Y costituisce le coordinate ortogonali dell'epicentro rispetto a Monaco. Trasformate, con metodi geodetici (7), queste ultime in coordinate geografiche, l'epicentro risulta individuato dal punto

$$\lambda = 10^{\circ}\,40',5 \text{ E} \quad ; \quad \varphi = 47^{\circ}\,25',2 \text{ N}\,.$$

2. – *Terremoto delle Alpi Sveve del 27 giugno 1935.* — I dati relativi alle *Pg* sono stati tratti dalla interpretazione di Hiller (6).

Come stazione fondamentale è stata scelta Stoccarda:

Stazioni	Coordinate geografiche		*Pg*	δ_{P_g}	$\delta\Delta$
1. Stoccarda	9° 11',60	48° 46',25	$17^h\,19^m\,46^s,1$	—	—
2. Zurigo	8° 34',83	47° 22',12	49 ,0	$2^s,9$	16,5 km.
3. Coira	9° 32',20	46° 51',0	54 ,8	8 ,7	49,6 km.
4. Strasburgo	7° 45',95	48° 35',08	56 ,1	10 ,0	57,0 km.

I numeri dell'ultima colonna costituiscono i raggi delle circonferenze di centro Zurigo, Coira e Stoccarda, rispettivamente.

Prendiamo Zurigo come origine del sistema di coordinate ortogonali (senso positivo delle ordinate verso Nord; senso positivo delle ascisse a 90°, verso oriente). Le coordinate ortogonali di Coira e Strasburgo, rispetto a Zurigo, risultano allora:

$$\alpha' = +\,72{,}19 \text{ km}, \ \beta' = -\,58{,}06 \quad ; \quad \alpha'' = -\,58{,}56, \ \beta'' = +\,136{,}20.$$

Le (10), tenuto conto delle (6), (7), (8), (9), conducono ai seguenti valori per le x, y:

$$x = \begin{cases} +\,11{,}00 \\ -\,13{,}74\,, \end{cases} \qquad y = \begin{cases} +\,12{,}30 \\ -\quad 9{,}13\,. \end{cases}$$

Per $x = +\,11{,}00$, $y = +\,12{,}30$, la (11) dà

$$R = 82{,}20 \text{ km}\,;$$

per $x = -\,13{,}74$, $y = -\,9{,}13$ si ha invece:

$$R = 715{,}44\,.$$

La soluzione che a noi interessa è quella corrispondente al primo caso; anche nel secondo caso, in questo esempio, R risulta positivo, in quanto la circonferenza corrispondente tange le tre circonferenze assegnate, lasciandole al di fuori dell'area da essa racchiusa.

Dalle (1) consegue quindi: nel primo caso

$$X = +65{,}80 \quad , \quad Y = +73{,}58\,;$$

nel secondo caso

$$X = -609{,}51 \quad , \quad Y = -405{,}01\,.$$

I valori per X, Y conseguiti nel primo caso costituiscono le coordinate ortogonali dell'epicentro rispetto a Zurigo. Trasformate in coordinate geografiche, si ottiene

$$\lambda = 9^{\circ}\,27',8 \text{ E} \quad ; \quad \varphi = 48^{\circ}\,1',6 \text{ N}.$$

3. – *Terremoto del Cansiglio del 18 ottobre 1936* [8]. — Nella tabellina che segue sono contenuti i nomi, le coordinate geografiche e i dati relativi a quattro stazioni, di cui mi sono valso in questa terza applicazione.

Stazioni	Coordinate geografiche		Pg	δ_{P_g}	$\delta\Delta$
1. Trieste	$13^{\circ}\,45',13$	$45^{\circ}\,38',6$	$03^h\,10^m\,23^s,8$	—	—
2. Lubiana	$14^{\circ}\,30',6$	$46^{\circ}\,2',8$	32 ,2	8,4	47,9 km.
3. Coira	$9^{\circ}\,32',20$	$46^{\circ}\,51',0$	44 ,0	20,2	115,1 km.
4. Piacenza	$9^{\circ}\,43',48$	$45^{\circ}\,02',12$	45 ,5	21,7	123,7 km.

I numeri dell'ultima colonna rappresentano i raggi delle circonferenze aventi centro in Lubiana (r), Coira (r'), Piacenza (r'') rispettivamente. Trieste è scelta come stazione fondamentale.

Sia Lubiana l'origine del sistema di coordinate ortogonali (meridiano per Lubiana, asse delle ordinate); le coordinate ortogonali di Coira e Piacenza rispetto a Lubiana risultano allora:

$$\alpha' = -382{,}0 \text{ km}, \; \beta' = +88{,}7 \quad ; \quad \alpha'' = -373{,}3, \; \beta'' = -113{,}2\,.$$

Con l'ausilio delle (6), (7), (8), (9), la (10) ci dà

$$x = \begin{cases} -47{,}86 \\ +47{,}82\,, \end{cases} \qquad y = \begin{cases} +2{,}03 \\ +2{,}70\,. \end{cases}$$

Per $x = -47{,}86$, $y = +2{,}03$, dalla (11) si ottiene

$$R = 116{,}99\,;$$

per cui, dalla (1),

$$X = -164{,}76 \quad , \quad Y = +6{,}988\,.$$

Per la seconda coppia di valori di x, y è invece

$$R = -289{,}32 \quad ; \quad X = -241{,}01 \quad ; \quad Y = -13{,}61\,.$$

La soluzione che a noi interessa è quella corrispondente alla prima coppia di valori per x, y. Trasformate, con metodo geodetico, le coordinate ortogonali dell'epicentro rispetto a Lubiana, in coordinate geografiche, l'epicentro risulta individuato dal punto:

$$\underline{\lambda = 12^{\circ}\,22',7\ \mathrm{E} \quad ; \quad \varphi = 46^{\circ}\,5',4\ \mathrm{N}\,.}$$

Riuniamo a confronto, nel seguente prospetto, i risultati qui ottenuti con quelli forniti da altri metodi:

Terremoto: Tirolo (8-X-1930).

Coordinate epicentrali con il nuovo metodo	Valori ottenuti con altri metodi
$10^{\circ}\,40',5$ E; $47^{\circ}\,25',2$ N	$10^{\circ}\,40'$ E; $47^{\circ}\,23'$ N (Hiller) (3)
	$10^{\circ}\,47'$ E; $47^{\circ}\,27'$ N (Gräfe) (4)
	$10^{\circ}\,41',3$ E; $47^{\circ}\,23',65$ N (Schmerwitz) (5)
	$10^{\circ}\,41'$ E; $47^{\circ}\,27'$ N (Caloi) (1).

Terremoto:
Alpi Sveve (27-VI-1935).

$9^{\circ}\,27',8$ E; $48^{\circ}\,1',6$ N	$9^{\circ}\,28'$ E; $48^{\circ}\,2',5$N (Hiller (6); Schmerwitz (5)).
	$9^{\circ}\,27'$ E; $48^{\circ}\,2'$ N (Caloi) (1).
	$9^{\circ}\,30',9$ E; $48^{\circ}\,1',6$ N (Caloi) (7).

Terremoto:
Cansiglio (18-X-1936):

12° 22',7 E; 46° 5',4 N	12° 26' E; 46° 6' N (Caloi (8), Schmerwitz (9)).
	12° 22' E; 46° 6' N (Caloi) (1).
	12° 21',2 E; 46° 10',2 N (Caloi) (7).

I valori ottenuti da G. Schmerwitz, e qui riportati, si riferiscono ai tempi relativi alle onde *Pg*; quelli ottenuti dallo stesso autore coi tempi delle *Sg* differiscono assai poco. Per i terremoti delle Alpi Sveve e del Cansiglio, le determinazioni di Caloi, spinte al decimo di primo, furono ottenute con l'ausilio delle differenze $Sg - Pg$.

Roma, dicembre 1944. – Istituto nazionale di Geofisica.

BIBLIOGRAFIA

(1) CALOI P., *Nuovi metodi per la determinazione delle coordinate epicentrali e della profondità ipocentrale di un terremoto ad origine vicina,* « La Ricerca scientifica », anno X, n. 7-8, 1939.

(2) CALOI P., *Sopra un nuovo metodo per calcolare le profondità ipocentrali,* « La Ricerca scientifica », anno XI, 1940.

— *Sulla determinazione delle coordinate spaziali di un terremoto ad origine vicina.* « Bollettino della Società sismologica italiana », XXXVIII, 1940.

(3) HILLER W., *Seismische Bericht der Württembergischen Erdbebenwarten. Anhang,* pagg. 4-5, 1931.

(4) GRÄFE H., *Das Nordtiroler Beben vom 8. Oktober 1930. I. Teil.* « Zeitschrift für Geophysik », n. 3-4, 1932.

(5) SCHMERWITZ G., *Ausgleichung der besten Stationsbeobachtungen mitteleuropäischer Erdbeben.* « Zeitschrift für Geophysik », XIV, n. 7-8, 1938.

(6) HILLER W., *Das Oberschwäbische Erdbeben am 27. Juni 1935,* « Württemberg. Jahrbücher für Statistik und Landeskunde », 1934-35.

(7) CALOI P., *Caratteristiche sismiche fondamentali dell'Europa Centrale.* « Bollettino della Società sismologica italiana », XL, n. 3-4, 1943.

(8) CALOI P., *Ricerche su terremoti ad origine vicina. Scosse del Cansiglio dell'ottobre 1936.* « La Ricerca scientifica », anno IX, n. 7-8, 1938.

(9) SCHMERWITZ G., *Berechnung der Dicke der Erdkruste und einiger physikalischer Eigenschaften aus mitteleuropäischen Nahbebenaufzeichnungen.* « Zeitschrift für Geophysik », XV, n. 5-6, 1939.