

PUBBLICAZIONI  
DELL'ISTITUTO NAZIONALE DI GEOFISICA

---

N. 169

PIETRO CALOI

Le sesse del lago di Garda

ROMA 1949

Estratto da *Annali di Geofisica*

Vol. II, n. 1, 1949. pag. 19-23

### PARTE III: PROVE CON IL MODELLO

1. — L'Istituto Nazionale di Geofisica si è proposto lo studio sistematico dei laghi italiani, studio già avviato per quanto si riferisce alle sesse ordinarie. Allo scopo di rendere le indagini il più possibile complete, si è ritenuto opportuno di far costruire modelli dei laghi stessi, in modo da poter eseguire degli esperimenti atti a consentire un ulteriore confronto fra la teoria e l'osservazione. Sono già stati costruiti, sotto la direzione del prof. Carmelo Aquilina con la collaborazione della sig.na Lea Massi, i modelli dei seguenti laghi: Garda, Maggiore, Orta, Iseo, Bracciano e Albano.

Sul modello del lago di Garda sono già stati eseguiti alcuni esperimenti, dei quali farò qui un breve cenno.

Naturalmente, la scala delle dimensioni orizzontali del modello non poteva essere la stessa di quella delle profondità.

Si sa d'altronde che, comunque venga alterato il rapporto delle dimensioni orizzontali a quella verticale, è possibile, grazie al principio di similitudine di Harris, risalire dal comportamento del modello al reale verificarsi del fenomeno in natura.

Consideriamo due bacini d'acqua di uniforme profondità e siano  $a$  e  $b$  rispettivamente i rapporti nei quali vengono a trovarsi le dimensioni orizzontali e verticali dei bacini stessi. Supposti, come al solito, piccoli i moti, l'equazione del movimento nel primo bacino è

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = gh \left( \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right),$$

con manifesto significato dei simboli.

Nell'altro bacino si realizzerà un moto simile quando

$$\frac{r}{\tau^2} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = b gh \frac{r}{a^2} \left( \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right),$$

essendo  $r$  la ragione delle ampiezze e  $\tau$  il rapporto dei periodi (nel nostro caso, il rapporto fra i periodi delle oscillazioni libere del Garda

e gli analoghi periodi delle oscillazioni del modello). La seconda relazione si identifica con la prima quando si abbia

$$\tau = \frac{a}{\sqrt{b}} \quad [1]$$

Allo stesso risultato si arriva anche per due bacini con profondità non uniformi, legate tra loro da un rapporto costante. Le relative equazioni

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = g \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left( h \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( h \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right) \right\} ;$$

$$\frac{r}{\tau^2} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = g \frac{br}{a^2} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left( h \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( h \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right) \right\},$$

si identificano infatti sempre se vale la [1].

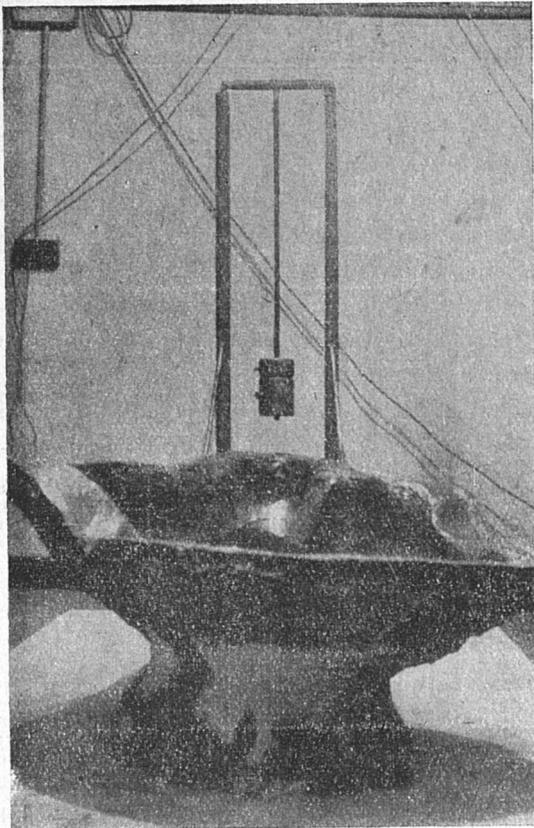


Fig. 1

Purché il rapporto tra le dimensioni orizzontali si mantenga costante, e tale si mantenga pure quello tra le dimensioni verticali, il carattere del moto periodico (di grande lunghezza d'onda) in due bacini non viene alterato. Si suppone naturalmente che si tratti comunque di moti di piccolissima componente verticale, condizione generalmente verificata nei bacini naturali.

2. — Per quanto concerne il lago di Garda, il relativo modello è stato costruito osservando per le dimensioni orizzontali la scala 1 : 38000 e per quelle verticali la sca-

la 1:2000. Il rapporto  $\tau = \frac{a}{\sqrt{b}}$  è risultato pertanto pari a 850.

Le acque del modello furono messe in oscillazione in vari modi. Osserviamo intanto che, sollevando il modello ad un estremo, l'acqua contenuta esegue quelle oscillazioni che più spontaneamente essa è portata ad eseguire. Così, per il Garda, l'oscillazione che si compie con questo procedimento semplicissimo, è quella uninodale.

Fatta la media di un gran numero di dette oscillazioni che persistono a lungo, si è trovato che esse hanno il periodo

$$T_{M1} = 3^s,06.$$

Tale essendo il periodo dell'oscillazione libera uninodale del modello, risalendo al periodo della sessa uninodale del Garda si trova, in base al valore di  $\tau$ ,

$$T_{G1} = 43^m,3.$$

E' noto che il periodo della sessa uninodale del Garda ha un valore medio di  $43^m$ . L'accordo quindi è ottimo.

Fra i vari possibili metodi per ottenere l'oscillazione libera binodale delle acque del modello, ho preferito il seguente. Appoggiato il modello, solidale con una spessa tavola, sopra due tubi d'ottone poggiati sul piano di una piattaforma portata da tre viti micrometriche, vennero impresse delle oscillazioni ad un pendolo di lunghezza variabile (fig. 1), portato solidalmente dalla tavola-base del modello. A mano a mano che il periodo del pendolo si approssima a quello dell'oscillazione binodale dell'acqua del modello, questa conserva sempre più a lungo il suo moto, che presenta la massima durata quando il periodo del pendolo e quello dell'acqua coincidono, dando luogo al fenomeno della risonanza. Come media di molte oscillazioni binodali, in risonanza con quelle del pendolo, si è avuto

$$T_{M2} = 1^s,64,$$

cui dovrebbe corrispondere, per le sesse binodali del Garda, il periodo

$$T_{G2} = 23^m,2.$$

Si sa che la sessa binodale del Garda ha un periodo medio di  $23-24^m$ . Anche qui l'accordo non poteva essere migliore.

Analogo accordo per la sessa trinodale.

Restava da individuare la posizione dei nodi delle varie oscillazioni libere. A questo scopo, annerita l'acqua con inchiostro e sparsa sulla sua superficie della polvere d'alluminio, fu messo il modello in oscillazione con i periodi corrispondenti a quelli delle sesse uninodale

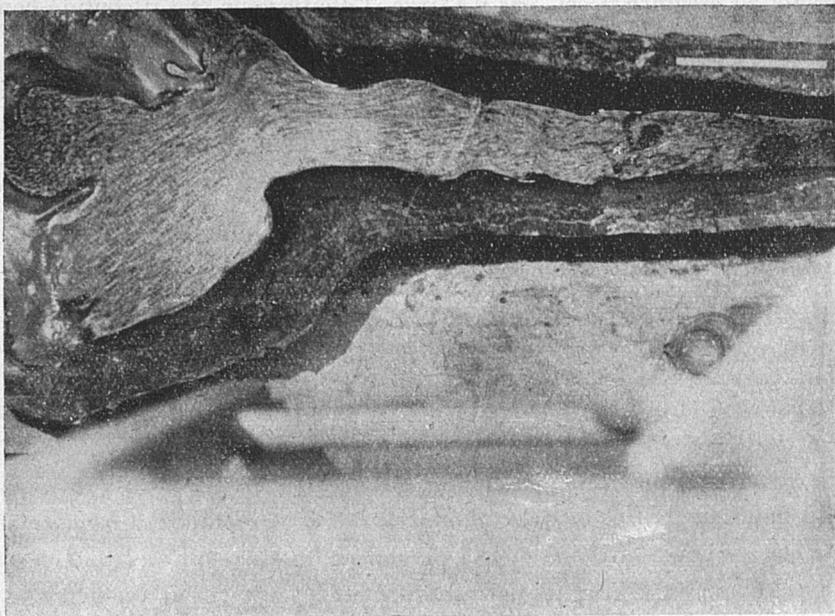


Fig. 2

e binodale. Quindi, illuminata la superficie con luce uniforme, vennero eseguite dall'alto fotografie del modello oscillante, dopo posa di durata opportuna.

Poiché nei nodi le particelle oscillanti presentano la massima escursione orizzontale, dalla fotografia riesce facile individuare la posizione delle linee nodali.

La fig. 2 riproduce una delle fotografie eseguite durante l'esecuzione di oscillazioni uninodali da parte del modello. L'uninodo coincide approssimativamente con una linea che da Punta S. Vigilio va all'isola del Garda: ciò che costituisce una chiara conferma dei risultati dello studio analitico.

La fig. 3 riporta una delle fotografie prese mentre il modello compiva oscillazioni binodali: il binodo Sud coincide praticamente con

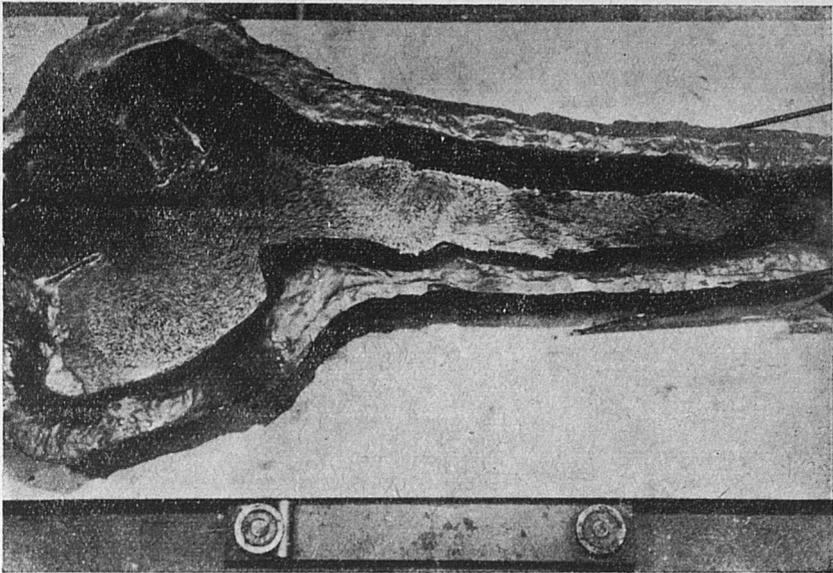


Fig. 3

quello ottenuto per via teorica. Il binodo Nord è meno appariscente, ch  le escursioni orizzontali delle particelle sono di minor ampiezza; comunque, anch'esso non si discosta dai risultati ottenuti per altra via.

Possiamo quindi concludere che le prove eseguite con il modello hanno dato una chiarissima conferma dei risultati ottenuti con i metodi analitici.

*Roma — Istituto Nazionale di Geofisica — Giugno 1948.*

### RIASSUNTO

*Furono eseguite delle prove su un modello del lago di Garda, espressamente costruito, allo scopo di rilevare i principali elementi (periodi e nodi) relativi alle sesse fondamentali del lago stesso. I risultati ottenuti — qui sopra brevemente esposti — sono in pieno accordo con quelli forniti dalle indagini analitiche e dall'osservazione, gi  riportati in precedenti lavori.*

### BIBLIOGRAFIA

- CALOI P., *Le sesse del lago di Garda - Parte I*, Annali di Geofisica, I, 1 (1948).  
 CALOI P., *Le sesse del lago di Garda - Parte II*, Ann. di Geofisica, I, 2 (1948).