

Sulla propagazione magnetoguidata dei whistlers

(On the magnetoguiding of whistlers)

P. DOMINICI

Ricevuto il 4 Maggio 1971

RIASSUNTO. — Viene esaminata la teoria della propagazione dei whistlers nel tentativo di indicare le linee di una trattazione unitaria che inserisca nella teoria di Storey acquisizioni successive. Le linee di sviluppo di tale trattazione sono mostrate a partire dalle equazioni base della teoria magnetoionica, scritte, nell'approssimazione quasi longitudinale, in una forma più completa di quella usuale. I risultati principali, qualitativamente discussi, sono l'esistenza di una corrente longitudinale nel plasma ionosferico, formalmente capace di dar conto di alcuni risultati della teoria delle colonne di ionizzazione, e l'esistenza di altre componenti magnetoioniche, la straordinaria delle quali dà conto dell'intrappolamento dei whistlers nel cono di Storey nella bassissima ionosfera, in presenza di un forte effetto rifrattivo delle collisioni elettroniche.

SUMMARY. — The theory of the whistler propagation is examined in order to outline a coherent and comprehensive exposition of various results. The line of such an exposition are shown, starting from a more complete form of the basic magnetoionic equations in the Q.L. approximation. The principal results are qualitatively discussed, namely the effect of a longitudinal current, equivalent to the effect of a longitudinal column of ionisation, and the excitation of a self-trapping extraordinary component in the lower ionosphere.

1. — PREMESSA.

Con la locuzione « radiopropagazione magnetoguidata » intendiamo riferirci al fenomeno in virtù del quale radioonde si propagano nell'atmosfera terrestre seguendo linee di forza del campo magnetico

terrestre, per modo che radiosegnali irradiati in un certo punto della Terra sono ricevuti nel punto magneticamente coniugato. Per quanto non manchino osservazioni di fenomeni del genere anche nel campo delle radioonde di relativamente alta frequenza, il caso più vistoso, e anche più interessante, di radiopropagazione magnetoguidata è quello dei cosiddetti *whistlers*: si tratta delle componenti di bassa frequenza (sino a circa 10 kHz) dell'irraggiamento e.m. associato a scariche elettriche atmosferiche, procedenti dispersivamente lungo le linee di forza del c.m.t., secondo un'ipotesi, oggi universalmente accettata, emessa nel 1953 da L. R. O. Storey⁽¹⁾. Precisamente, secondo la teoria di Storey, il « modo whistler » di propagazione è, nel linguaggio della teoria magnetoionica che preciseremo tra poco, la propagazione longitudinale (cioè parallela al c.m.t.) delle componenti straordinarie degli *atmosferici* (cioè delle perturbazioni e.m. a largo spettro originatisi da scariche elettriche atmosferiche).

Esula dallo scopo del presente lavoro fare una esauriente rassegna dei risultati a tutt'oggi acquisiti sui fenomeni di radiopropagazione magnetoguidata e sui whistlers in particolare; ci limiteremo a ricordare alcuni fatti: (a) la propagazione dei whistlers avviene con grande efficienza, essendo un fatto frequente la ricezione di treni di whistlers regolarmente spazati, corrispondenti a energia e.m. che segue più volte una linea di forza del c.m.t., riflettendosi alle estremità, sulla superficie terrestre, con attenuazione piuttosto piccola tra un segnale e il successivo; (b) la validità dell'ipotesi che è alla base della teoria di Storey è stata verificata con whistlers artificiali tra località magneticamente coniugate⁽²⁾.

La trattazione corrente per la propagazione magnetoguidata dei whistlers, che per comodità seguiranno a chiamare *teoria di Storey* anche se ad essa hanno contribuito vari ricercatori nel periodo successivo al 1953, fa riferimento alla teoria generale della radiopropagazione nella ionosfera, la cosiddetta *teoria magnetoionica*, e a particolari ipotesi sulla struttura dell'alta ionosfera.

2. - TEORIA MAGNETOIONICA.

Cominceremo con il ricordare sinteticamente la teoria magnetoionica, dato che alcuni punti di essa risultano essenziali per la discussione che segue. La trattazione è, nelle grandi linee, quella corrente attualmente, sostanzialmente rifacendosi alla trattazione di E. V.

Appleton (1927) (*); il simbolismo è quello raccomandato dalla U.R.S.I. e le grandezze s'intendono misurate in unità del sistema SI.

Le ipotesi esplicite a base della teoria sono le seguenti:

(I) la ionosfera è assimilata a un magnetoplasma non caldo;

(II) la permittività, ϵ_0 , e la permeabilità, μ_0 , della ionosfera sono quelle del vuoto;

(III) l'interazione della ionosfera con un'onda e.m. avviene soltanto per mezzo degli elettroni liberi nella ionosfera medesima;

(IV) le collisioni tra elettroni liberi eccitati dall'onda e circostanti particelle vengono rappresentate mediante una forza di tipo viscoso, assumendo che in ogni collisione un elettrone ceda alla particella urtata l'impulso acquistato dall'onda.

A proposito dell'ipotesi (II), va osservato che nella trattazione usuale la permeabilità μ e la conduttività σ della ionosfera sono assunte pari a quelle del vuoto ($\mu = \mu_0$, $\sigma = 0$); l'effetto del moto degli elettroni eccitati dall'onda viene valutato in termini di variazione della permittività (tensore $\epsilon \neq \epsilon_0$). Qui, invece, tale effetto è computato in termini di variazione della conduttività (tensore $\sigma \neq 0$) o, che è lo stesso, della densità della corrente di conduzione: ciò ci sembra utile non solo perché è, tutto sommato, più aderente alla realtà fisica, ma anche perché, come si vedrà, porta a considerare velocità medie elettroniche e non posizioni medie elettroniche (vale a dire, nell'equazione dei moti elettronici, derivate temporali prime, e non seconde, degli spostamenti elettronici). Non v'è bisogno di dire che, a parte differenze formali nei calcoli intermedi, i due punti di vista portano a risultati identici.

Consideriamo dunque un'onda piana armonica procedente nel verso positivo dell'asse x di un riferimento cartesiano ordinario (O, x, y, z); per le grandezze inerenti alla propagazione (intensità del campo elettrico \mathbf{E} , induzione magnetica \mathbf{B} , densità di corrente \mathbf{j}) valgono le relazioni della tabella seguente, essendo $i^2 = -1$, ω la pulsazione dell'onda, f la frequenza, c la velocità di propagazione delle onde e.m. nel vuoto, n l'indice di rifrazione (di fase), v la velocità di fase, a il coefficiente lineico d'assorbimento.

(*) Un'estesa bibliografia sulla teoria magnetoionica è riportata in (*).

Tab. I

(1) $L = L_0 \exp i (\omega t - k x)$,	(4) $n = \frac{c}{v} = \left(\frac{\epsilon \mu}{\epsilon_0 \mu_0} \right)^{1/2}$,
(2) $k = \frac{\omega}{c} n = \frac{2 \pi f}{c} n$,	(5) $\alpha = \frac{\omega}{c} \chi$.
(3) $n = n - i \chi$,	

Sfruttando tali relazioni, le equazioni di Maxwell,

$$(6) \quad \begin{cases} \text{a} & \left\{ \begin{array}{l} \text{rot } \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} , \\ \\ \text{b} & \left\{ \begin{array}{l} \text{rot } \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} , \end{array} \right. \end{array} \right. \end{cases}$$

danno:

$$(7) \quad \begin{cases} \text{a} & \left\{ \begin{array}{l} B_x = 0 , \\ \\ \text{b} & \left\{ \begin{array}{l} B_y = - \frac{k}{\omega} E_z , \\ \\ \text{c} & \left\{ \begin{array}{l} B_z = \frac{k}{\omega} E_y , \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right. \end{cases} \quad \begin{cases} \text{a} & \left\{ \begin{array}{l} j_x = - i \epsilon_0 \omega E_x , \\ \\ \text{b} & \left\{ \begin{array}{l} j_y = i \epsilon_0 \omega (n^2 - 1) E_y , \\ \\ \text{c} & \left\{ \begin{array}{l} j_z = i \epsilon_0 \omega (n^2 - 1) E_z . \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right. \end{cases} \quad (8)$$

La (7)a mostra che il campo magnetico è trasversale; il campo elettrico non è invece, in generale, trasversale. Per caratterizzare lo stato di polarizzazione dell'onda nel piano yz introduciamo la quantità

$$(9) \quad R = - \frac{B_y}{B_z} = \frac{E_z}{E_y} = \frac{j_z}{j_y} ,$$

mentre per caratterizzare lo stato di polarizzazione dell'onda elettrica nel piano xy introduciamo la quantità

$$(10) \quad S = \frac{E_x}{E_y} .$$

A valori reali oppure complessi di R e S corrisponde una polarizzazione lineare oppure ellittica; in particolare, si ha polarizzazione circolare per R o S pari a $\pm i$.

Supponiamo ora che il triedro di riferimento sia scelto in modo che l'induzione \mathbf{B}_H del c.m.t. giaccia nel piano xy , avendo compo-

nente B_L secondo l'asse x e componente B_T secondo l'asse y (i componenti L e T stanno, qui e nel seguito, per « longitudinale » e « trasversale », con riferimento alla direzione di propagazione dell'onda rispetto a quella del c.m.f.). Non portando in conto il campo magnetico dell'onda e portando in conto, come detto, un termine di resistenza viscosa per le collisioni elettroniche, l'equazione del moto medio di un elettrone eccitato dall'onda è la seguente:

$$(11) \quad m \ddot{\mathbf{r}} = q\mathbf{E} + q \dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{B}_H - m \nu \dot{\mathbf{r}},$$

essendo \mathbf{r} il vettore individuante la posizione dell'elettrone, q e m la carica e la massa dell'elettrone, ν la frequenza delle collisioni elettroniche.

Indicando con $\bar{\mathbf{r}}$ la velocità media degli N elettroni per unità di volume, è, a norma di definizione,

$$(12) \quad \mathbf{j} = Nq \bar{\mathbf{r}};$$

ricordando la (1) e approssimando $d/dt \cong \partial/\partial t$, si ha:

$$(13) \quad \bar{\mathbf{r}} = \frac{1}{Nq} i \omega \mathbf{j}.$$

La (11) diventa così:

$$(14) \quad -\mathbf{j} = i \frac{Nq^2}{m \omega} \mathbf{E} + i \frac{q}{m \omega} \mathbf{j} \times \mathbf{B}_H - i \frac{\nu}{\omega} \mathbf{j}.$$

Facciamo le seguenti posizioni:

Tab. II

$(15) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{a) } X = \frac{Nq^2}{\epsilon_0 m \omega^2} = \frac{f^2_N}{f^2}, \\ \text{b) } f^2_N = \frac{Nq^2}{4\pi^2 \epsilon_0 m}, \end{array} \right.$	$(16) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{a) } Y_H = \frac{ q }{m \omega} B_H, \\ \text{b) } Y_H = \frac{f_H}{f}, \\ \text{c) } f_H = \frac{ q }{2\pi m} B_H, \\ \text{d) } Y_L = \frac{ q }{m \omega} B_L = \frac{f_H}{f} \cos \vartheta, \\ \text{e) } Y_T = \frac{ q }{m \omega} B_T = \frac{f_H}{f} \sin \vartheta, \end{array} \right.$	$(17) \quad Z = \frac{\nu}{\omega} = \frac{\nu}{2\pi f},$
--	---	---

essendo f_N la frequenza di plasma, f_H la frequenza di ciclotrone, o girofrequenza, ϑ l'angolo che la direzione di propagazione forma con la direzione del c.m.t. Le grandezze X e Y dipendono, come si vede, dalla carica specifica, talché risulta lecito, almeno in prima approssimazione, considerare il solo effetto degli elettroni. Introducendo nella (14) le grandezze ora definite e proiettando sugli assi, si hanno le tre equazioni scalari:

$$(18) \quad \begin{cases} a \left(-j_x - i \varepsilon_0 \omega X E_x + i j_z Y_T - i Z j_x, \right. \\ b \left(-j_y - i \varepsilon_0 \omega X E_y + i j_z Y_L - i Z j_y, \right. \\ c \left(-j_z - i \varepsilon_0 \omega X E_z + i j_x Y_T - i j_y Y_L - i Z j_z. \right. \end{cases}$$

A norma delle (9) e (10), è $j_z = R j_y$, $E_z = R E_y$, $j_x = S j_y / (1 - n^2)$; operando opportune sostituzioni nelle (18)b e (18)c, e quindi confrontando le nuove espressioni si ottiene:

$$(19)a \quad S = \frac{Y_L}{Y_T} (1 + R^2) (1 - n^2).$$

D'altro canto, operando analogamente nella (18)a e tenendo conto della (8)a si ha:

$$(19)b \quad S = \frac{i Y_T}{1 - X - i Z} R (1 - n^2).$$

Eliminando S tra queste due relazioni si ha per R l'equazione

$$(20) \quad Y_L R^2 - \frac{i Y_T}{1 - X - i Z} R + Y_L = 0,$$

che, risolta, dà:

$$(21) \quad R = \frac{i}{2 Y_L} \left(\frac{Y_T^2}{1 - X - i Z} \mp \sqrt{\frac{Y_T^4}{(1 - X - i Z)^2} + 4 Y_L^2} \right).$$

Ricordando la (8)b, dalla (18)b si ha:

$$(22) \quad n^2 - 1 = \frac{j_y}{i \varepsilon_0 \omega E_y} = - \frac{X}{1 + i R Y_L - i Z};$$

sostituendo in questa relazione a R il valore dato dalla (21), si ha in-

line la formula di Appleton (*):

$$n^2 = (n - i\chi)^2 = \frac{X}{1 - iZ - \frac{Y_T^2}{2(1 - X - iZ)} \pm \sqrt{\frac{Y_T^4}{4(1 - X - iZ)^2} + Y_L^2}} \quad (23)$$

Nella ionosfera si eccitano dunque due onde (componenti magnetoioniche), della stessa frequenza di quella incidente, corrispondenti una al segno superiore (onda ordinaria) l'altra al segno inferiore (onda straordinaria) del doppio segno che compare nelle (21), (23), procedenti con velocità di fase e coefficienti d'assorbimento diversi, ricavabili separando la parte reale n e quella immaginaria χ dell'indice di rifrazione complesso n . Tale separazione è molto complicata, e porta a formule di non immediato significato; normalmente, si considerano due situazioni tipiche, e precisamente quella della *propagazione quasi longitudinale* (\mathbf{B}_H quasi parallelo alla direzione di propagazione x) e quella della *propagazione quasi trasversale* (\mathbf{B}_H quasi perpendicolare alla direzione x), corrispondenti, in termini analitici, a trascurare nel radicale della (24) il termine $Y_T^4/4(1 - X - iZ)^2$ rispetto al termine Y_L^2 , o viceversa. Per quello che a noi importa, considereremo la sola propagazione longitudinale ($Y_T \cong 0$, $Y_L \cong Y_H$), per la quale la (23), separando parte reale e parte immaginaria, dà:

$$(24) \quad n^2 = (n - i\chi)^2 = 1 - \frac{X}{1 \pm Y_L - iZ}.$$

3. - TEORIA DI STOREY.

Tale teoria consiste nell'applicazione della (24) a pacchetti d'onde di bassa frequenza, propagantisi nell'alta ionosfera, allo scopo di calcolarne la velocità di gruppo e quindi il tempo di propagazione lungo il tragitto (eventualmente contato più volte) individuato da una linea di forza del c.m.t.; caratteristiche della teoria sono certe approssimazioni semplificatrici.

La prima approssimazione deriva dal trascurare, agli effetti rifrattivi e dispersivi, la parte di tragitto che si svolge nella bassa iono-

(*) Il simbolismo qui adottato è peraltro diverso da quello della formula originale.

sfera. Osserviamo che la grandezza $Z = v/\omega$ decresce rapidamente con la quota (v è dell'ordine di 10^6 sec^{-1} a 100 km, di 10^3 sec^{-1} a 300 km, di 1 sec^{-1} a 500 km) e che l'apice della traiettoria di un whistler è sempre a quota rilevante (circa un raggio terrestre per whistlers ricevuti a media latitudine); in prima approssimazione può dunque lecitamente assumersi $Z^2 \ll 1$, e dalla (24), separando la parte reale⁽⁴⁾, si ha:

$$(25) \quad \begin{cases} \text{a} & n^2 = 1 - \frac{X}{1 \pm Y_L} = 1 - \frac{f^2_N}{f(f \pm f_H \cos \theta)} \approx 1 - \frac{f^2_N}{f(f \pm f_H)}, \\ \text{b} & R = \mp i, \\ \text{c} & S = 0. \end{cases}$$

Dalle (25)c, (10) e (18)a si deduce $E_x = j_x = 0$, cioè anche il campo elettrico è, in queste condizioni di propagazione, trasversale. Dalla (25)b si deduce che le due componenti magnetoioniche dell'onda sono polarizzate circolarmente in verso opposto.

Come si vede, la propagazione è dispersiva. Dalla (25)a, tramite la (4), si ricava la velocità di fase v : la velocità di gruppo,

$$(26) \quad V = \frac{c}{n + f \frac{dn}{df}},$$

si ottiene ancora dalla (25)a:

$$(27) \quad V = \frac{2c(f \pm f_H)^{3/2} [f^2(f \pm f_H) - f f^2_N]^{1/2}}{2f^3 \pm 4f^2 f_H \pm 2f f^2_N \mp f_H f^2_N}.$$

Per i whistlers si ammette:

$$(28) \quad v \ll f < f_H \ll f_N;$$

è quindi, con accettabile approssimazione:

$$(29) \quad V = \frac{2c(\mp f_H - f)^{3/2} f^{1/2}}{\mp f_H f_N}.$$

Osserviamo subito che V è reale se $\mp f_H > -f$; risulta così che per i whistlers è possibile la propagazione della sola componente straordinaria (segno inferiore del doppio segno), la cui velocità di gruppo vale, entro i limiti dell'approssimazione accettata:

$$(30) \quad V_w = \frac{2c \sqrt{f(f_H - f)^3}}{f_H f_N}.$$

Se ora, con Storey, ammettiamo che *lungo tutto il tragitto* di un whistler sia

$$(31) \quad \nu \ll f \ll f_H \ll f_N,$$

si può scrivere:

$$(32) \quad V_w \cong 2c \frac{\sqrt{f f_H}}{f_N}.$$

Ricordiamo, senza entrare in dettagli, che in un mezzo dispersivo e anisotropo, qual'è la ionosfera, si può, con un procedimento derivato dalla ben nota costruzione dell'indicatrice ottica dei cristalli birifrangenti, dedurre la relazione tra direzione di propagazione, normale d'onda e asse di anisotropia (qui coincidente con la direzione del c.m.t.). Si trova, *sempre ammettendo le (31)*, che la direzione di propagazione giace tra la normale d'onda e la direzione del c.m.t., e che, inoltre, V_w è praticamente indipendente dalla direzione della normale d'onda anche per valori relativamente grandi di θ (sino a circa 70°). Costruita l'«indicatrice di raggio» (diagramma polare di V_w), risulta infine ⁽¹⁾ che le direzioni di propagazione sono confinate entro un cono (*cono di Storey*) avente per asse la direzione del c.m.t. e semiapertura di circa $19^\circ 30'$. In definitiva, le componenti a bassa frequenza degli atmosferici, incidendo, anche sotto angoli ragguardevoli (sino a circa 70°) sulla bassa ionosfera, prenderebbero a propagarsi come componenti magnetoioniche straordinarie, seguendo abbastanza strettamente linee di forza del c.m.t.

Il tempo di propagazione t_w della componente di frequenza f vale, come si deduce dalla (32):

$$(33) \quad t_w = \frac{1}{2c} \int_i \frac{f_N}{\sqrt{f f_H}} dl \cong \frac{2 \cdot 10^{-10}}{\sqrt{f}} \int_i \sqrt{\frac{f_N}{H}} dl,$$

essendo l il cammino seguito dal whistler e H l'intensità del c.m.t. Naturalmente, componenti di frequenza diversa giungono al posto d'osservazione in istanti diversi. Se si riportano, in un riferimento cartesiano, in ordinate le quantità $f^{1/2}$ e in ascisse i corrispondenti istanti di ricezione, si ottiene una curva sensibilmente rettilinea, inclinata sull'asse delle ascisse di un angolo α ; come senza difficoltà si riconosce a partire dalla (33):

$$(34) \quad \cotg \alpha = D = \frac{1}{2c} \int_i \frac{f_N}{\sqrt{f_H}} dl \cong 2 \cdot 10^{-10} \int_i \sqrt{\frac{f_N}{H}} dl,$$

essendo D la cosiddetta « dispersione » del whistler osservato. La relazione ora scritta è molto importante, in quanto mostra come sia possibile correlare, in un attendibile schema per l'andamento in quota di H , dispersioni osservate e densità elettroniche lungo il cammino percorso: i whistlers si presentano così come un semplice mezzo d'indagine per ottenere informazioni sulla densità elettronica nell'esosfera, regione inaccessibile con i consueti metodi di radiosondaggio verticale dal suolo.

4. - DEDUZIONI E INTEGRAZIONI DELLA TEORIA DI STOREY.

Come accennato, la teoria di Storey è stata ritoccata in vari punti per adattarla a successivi risultati sperimentali, e precisamente per dar conto di particolari tipi di whistlers, quali i cosiddetti « nose whistlers », caratterizzati dalla contemporanea presenza di un segnale di frequenza ascendente e uno di frequenza discendente rispetto al tempo. Si deve allo scopritore di tali whistlers, R. A. Helliwell^(*), l'osservazione che la (27) non possa in tali casi approssimarsi con la (32), e che vada invece considerata la (30). Differenziando quest'ultima rispetto alla frequenza, si trova subito che la velocità è massima per la componente la cui frequenza vale $f_n = f_H/4$: ciò spiega il caratteristico diagramma frequenza-tempo dei « nose whistlers ». La frequenza massima, statisticamente più elevata di quella dei whistlers normali, è dell'ordine di 10 kHz ed è generalmente compresa nell'intervallo $1,5 \div 2,5 f_n$, corrispondente all'incirca all'intervallo $0,4 \div 0,7 f_{H0}$, essendo f_{H0} la girofrequenza all'apice della traiettoria: i « nose whistlers » danno così direttamente il valore di tale importante grandezza. Come senza difficoltà si deduce assumendo per il c.m.f. il consueto modello del campo di dipolo centrale, f_n è dell'ordine di circa 10 kHz per un whistler originatosi a 45° di latitudine (apice a un raggio terrestre di quota) e decresce rapidamente all'aumentare della latitudine (circa 6 kHz a 60°): così, tali whistlers sono ricevibili soltanto a latitudine sufficientemente alta, e i whistlers ordinari ricevibili a media latitudine possono essere interpretati come il ramo inferiore di « nose whistlers » la cui frequenza caratteristica, f_n , è troppo alta (*).

(*) La difficoltà di ricevere frequenze whistler relativamente alte può essere spiegata ricordando che per le componenti magnetoioniche straordinarie l'assorbimento cresce rapidamente via via che f s'avvicina a f_H .

J. R. O. Storey si servì della (34) per una stima della densità elettronica nell'esosfera, assumendo costante il rapporto N/H (*) lungo la linea di forza del c.m.t. passante per il suo posto d'osservazione (Cambridge, Regno Unito) e assumendo per D il valor medio di molte osservazioni; egli pervenne per N a un valore ($4 \cdot 10^8$ elettroni a m^3 a circa 12.000 km di quota) molto più grande del vero. Diciamo subito che questa circostanza, imputabile essenzialmente al non corretto metodo di calcolo usato, non è motivo sufficiente per rigettare la teoria di Storey nel suo insieme.

Ricordiamo che tale teoria riposa su un'ipotesi, quella della *propagazione longitudinale di componenti straordinarie* a bassa frequenza della radioemissione associata ad atmosferici, sulla quale non v'è motivo di avanzare grosse riserve, e su relazioni dedotte dalla teoria magnetoionica per un *plasma uniforme nell'ambito di parecchie lunghezze d'onda e sotto le condizioni (31)*. Riprendendo il simbolismo usato precedentemente nel richiamare la teoria magnetoionica, le condizioni ora ricordate possono essere scritte:

$$(35) \quad \begin{cases} a \left\{ \begin{array}{l} Y_H \gg 1, \\ b \left\{ \begin{array}{l} \frac{X}{Y_H} \gg 1, \\ c \left\{ \begin{array}{l} Z \ll 1. \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right. \end{cases}$$

Nella Fig. 1 sono riportati schematicamente gli andamenti con la quota, in km, delle grandezze X , Y_H , Z , X/Y_H per $f = 10$ kHz (**) e per propagazione strettamente longitudinale da sorgenti a media latitudine. Attiriamo l'attenzione sul fatto che all'apice della traiettoria viene generalmente meno la condizione (35)a, mentre nella bassa ionosfera vengono meno le due condizioni (35)b e (35)c. La teoria di Storey è dunque criticabile per i seguenti due punti:

(A) il prospettato meccanismo di magnetoguida (cono di guida con apertura di circa $19^{\circ}30'$) non è efficace lungo tutto il tragitto;

(B) resta da spiegare come i whistlers riescano a « perforare » così facilmente la bassa ionosfera, che per essi dovrebbe presentare,

(*) Ciò significa ammettere che N decresca con il cubo della quota, se per H si assume un campo di dipolo.

(**) Per $f < 10$ kHz, le grandezze X , Y , Z hanno valori proporzionalmente maggiori.

sia per fragitti « dal basso » sia per fragitti « dall'alto », una riflettività piuttosto alta.

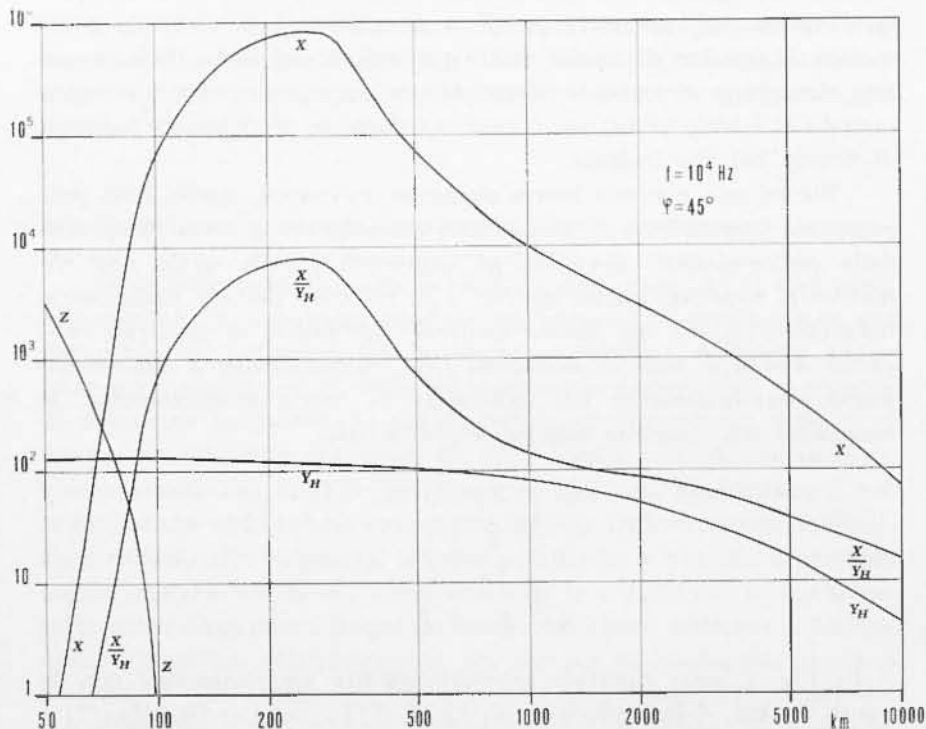


Fig. 1 - Andamento schematico con la quota delle grandezze X , Y_H , Z , X/Y_H per onde di frequenza 10 kHz originate a 45° di latitudine.

Del punto (A), sul quale s'è appuntata l'attenzione della maggior parte degli studiosi della questione, si può dare un'immediata giustificazione con un semplice ragionamento in termini di raggi di propagazione. Siano a , b (Fig. 2) due linee di forza del c.m.t., abbastanza vicine, e c un raggio di propagazione formante un piccolo angolo ϑ con la linea a . Indicando con C_0 la curvatura locale del raggio c , è, con riferimento agli elementi indicati in figura, $C_0 = -d\vartheta/ds$, $ds = dr \cos \vartheta$. $rn \cos \vartheta = \text{costante}$; svolgendo i necessari calcoli, è, a meno di infinitesimi di ordine superiore, $C_0 = -n^{-1} dn/dr$. Nelle condizioni considerate, la propagazione è quasi longitudinale, taleché vale la

(25)a; differenziando quest'ultima, sostituendo nella precedente relazione per C_0 e facendo alcuni calcoli, si ottiene:

$$(36) \quad C_0 = \frac{1-n^2}{2n^2} \frac{1}{N} \frac{dN}{dr} \mp \frac{f^2 N}{f(f \pm f_H)^2} \frac{1}{2n^2} \frac{df_H}{dr}.$$

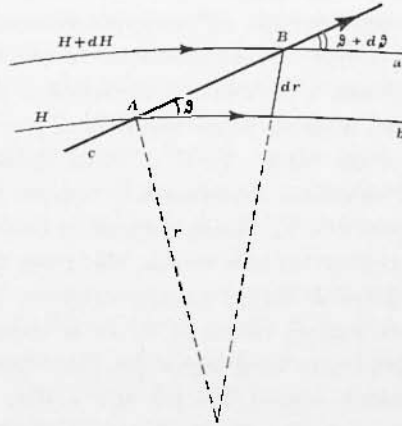


Fig. 2

Quanto alla curvatura locale, C_H , delle linee di forza del c.m.t., è $Hr d\varphi = (H \div dH)(r + dr) d\varphi$, cioè, a meno di infinitesimi di ordine superiore, $C_H = -H^{-1} dH/dr$; ricordando la (16)c, è:

$$(37) \quad C_H = -\frac{1}{f_H} \frac{df_H}{dr}.$$

Se, con Storey, consideriamo la ionosfera come un plasma uniforme nell'ambito della regione schematizzata nella Fig. 2, si ha $dN/dr = 0$, e se, ancora con Storey, ammettiamo le condizioni (35), per le componenti straordinarie risulta:

$$(38) \quad C_0 = -\frac{1}{2n^2} \frac{f^2 N f_H}{f(f - f_H)^2} C_H \cong -\frac{1}{2} C_H.$$

Per avere un effetto di magnetoguida dev'essere però $C_0 \cong + C_H$, e dunque, accettando le (35), non può essere $dN/dr = 0$: così, se si accetta la teoria nella forma prima svolta, perché si possa avere una propagazione magnetoguidata deve esistere un appropriato gradiente trasversale di densità elettronica.

Il risultato del semplice ragionamento ora fatto è confermato da calcoli più complessi svolti da vari ricercatori; tipici, al riguardo, i calcoli di G. Rao e H. G. Booker (⁷). È stata così proposta e sviluppata, principalmente ad opera di R. L. Smith, R. A. Helliwell e I. W. Yabroff (¹⁰), la cosiddetta *teoria delle colonne di ionizzazione*, secondo la quale l'effetto di magnetoguida sistematicamente osservato per i whistlers sarebbe dovuto all'intrappolamento delle onde entro regioni ionizzate (« colonne ») sviluppantisi lungo linee di forza del c.m.t.; in una « colonna », la densità elettronica avrebbe simmetria assiale rispetto a una linea di forza magnetica, passando da un certo valore N_1 sull'asse a un valore N_2 al di fuori della colonna, con N_2 minore (colonna di massima ionizzazione) oppure maggiore (colonna di minima ionizzazione) di N_1 . Senza entrare in dettagli, ci limiteremo a ricordare, come risultati di tale teoria, che : per $1/Y_H = f/f_H$ molto piccolo (diciamo minore di 0,1), l'intrappolamento delle onde avviene sempre (cioè per qualunque valore di ϑ) se la colonna è di massima ionizzazione (con gradiente comunque piccolo); mai se la colonna è di minima ionizzazione; per $1/Y_H$ tra 0,1 e 0,5, l'intrappolamento può avvenire in una colonna di massima oppure di minima ionizzazione purché il gradiente di ionizzazione sia non minore di un certo valore: per $1/Y_H$ tra 0,5 e 1, l'intrappolamento può avvenire soltanto in una colonna di minima ionizzazione, con appropriato gradiente.

Interpretando discorsivamente i risultati ora ricordati, accadrebbe dunque che alla sorgente, o comunque nella bassa ionosfera, il whistler verrebbe intrappolato in una colonna di massima ionizzazione, anche tenue (siamo nel caso con $1/Y_H$ molto piccolo), prendendo a propagarsi lungo una linea di forza del c.m.t.; procedendo lungo questa, la quantità $1/Y_H$ aumenterebbe per la progressiva diminuzione di f_H con la quota e la propagazione lungo quella linea proseguirebbe sinché $1/Y_H$ non superasse 0,5 e il gradiente trasversale di densità elettronica fosse abbastanza grande da soddisfare la condizione voluta dalla teoria (le componenti di alta frequenza, per le quali $1/Y_H > 0,5$, verrebbero perse sotto forma di raggi deviati verso l'esterno della colonna); appena $1/Y_H$ superasse il valore 0,5, la propagazione lungo quella colonna cesserebbe, e i raggi verrebbero deviati verso zone con minore densità elettronica. Salta agli occhi il fatto che esisterebbe una frequenza di taglio, pari a $f_{Ha}/2$, essendo, come già accennato, f_{Ha} la girofrequenza minima, all'apice della traiettoria. Questo fatto mal s'accorda con la non infrequente ricezione di frequenze whistler nell'intervallo $0,4 \div 0,7 f_{Ha}$: tale ricezione potrebbe però spiegarsi

ricorrendo a particolari meccanismi di propagazione (inflexione dei raggi verso quote più basse e successivo reintrappolamento nella colonna).

Va osservato che la teoria delle colonne di ionizzazione è stata in sostanza elaborata soltanto per integrare la teoria magnetoionica in merito alla magnetoguida dei whistlers nell'alta ionosfera: essa infatti non appare applicabile nella bassa ionosfera e non è quindi in grado di dar conto del precedente punto (B).

Tra le deduzioni che si traggono dall'attuale teoria di propagazione dei whistlers sono, come già accennato a proposito della teoria di Storey, informazioni sulla densità elettronica nell'alta ionosfera; questi dati s'ottengono, nell'ambito di un prescelto modello di distribuzione elettronica, mediante la (33) o, per i « nose whistlers », mediante l'analoga relazione ottenuta a partire dalla (30) anziché dalla (32). A J. H. Pope (1961) è dovuto un metodo di calcolo (*), che appare assai più attendibile di quello di Storey.

Tale metodo consiste sostanzialmente nell'integrazione di una forma differenziale derivata dalla (30), in cui, mediante l'introduzione di un sistema di coordinate polari, la variabile d'integrazione è la latitudine geografica; il pregio del metodo, piuttosto complesso, sta nel fatto che esso consente di verificarne a posteriori, sulla base dei risultati sperimentali (l'osservata dispersione dei whistlers), la correttezza dell'assunta funzione di distribuzione della densità elettronica e di determinare l'effettiva linea di forza magnetica seguita durante la propagazione (che non è detto coincida con quella passante per il luogo d'osservazione). L'applicazione del metodo porta ad assumere per la densità elettronica nell'alta ionosfera la funzione:

$$(39) \quad N(r) = K^2 (R/r)^3 \exp [3,03 (R/r)] ,$$

dove r è la distanza dal centro della Terra, R il raggio terrestre, K un fattore di forma. I valori che per N s'ottengono sono minori di quelli dedotti da Storey, ma risultano ancora troppo grandi rispetto al vero: ciò porta a sospettare che, il metodo di calcolo essendo in sé corretto, la discordanza derivi da un qualche errore sistematico insito nella (30).

5. - RIELABORAZIONE CRITICA DELLA TEORIA MAGNETOIONICA PER PROPAGAZIONE QUASI LONGITUDINALE.

Le considerazioni svolte nel precedente paragrafo portano a ritenere che sia utile una revisione critica della teoria magnetoionica,

sia nelle ipotesi sia nello svolgimento, dal momento che non ci si può ritenere a pieno soddisfatti dell'integrazione di essa con la teoria delle colonne di ionizzazione. Infatti, a parte le pecche segnalate, per quest'ultima teoria c'è da segnalare l'evidente artificiosità. Si badi bene che con questo non si vuol mettere in dubbio l'ormai accertata anisotropia geomagnetica della distribuzione di elettroni e di altre particelle nell'alta atmosfera, e non si vuole neanche negare che meccanismi di magnetoguida sul tipo di quelli descritti dalla teoria possano aver luogo. Quello che turba è la sistematicità di tali meccanismi, e dunque l'ammissione di una distribuzione colonnare di densità elettronica *ad hoc* per ogni whistler osservato. E poiché la teoria in questione ha per scopo di accordare l'ipotesi di Storey con i risultati della teoria magnetoionica, è su quest'ultima che in definitiva va posta un'attenzione critica.

Del resto, l'opportunità di un riesame della teoria magnetoionica deriva anche da altre circostanze sperimentali, oltre a quelle strettamente legate a questioni di radiopropagazione magnetoguidata: ci riferiamo in particolare a esperienze sull'interazione tra onde nella bassa ionosfera (¹), che hanno messo in evidenza, tra l'altro, una insospettabile dipendenza della girofrequenza dalla densità elettronica, chiaro indice di un accoppiamento tra onde e.m. e plasma ionosferico ben più complesso di quello considerato nella teoria magnetoionica corrente.

In merito alle ipotesi poste a base della teoria magnetoionica, un primo quesito che si pone è quello relativo all'introduzione o no, nell'equazione (11) dei moti elettronici, di un termine di « campo interno », seguendo le linee della ben nota teoria di H. A. Lorentz sulla polarizzazione dei dielettrici non densi. Una soddisfacente discussione di tale problema è stata fatta da J. A. Ratcliffe (²), con la conclusione che il termine in questione può essere lecitamente trascurato. Del resto, osserviamo noi, l'inclusione di tale termine porterebbe nella (24) semplicemente alla comparsa di certe grandezze numeriche, non alteranti funzionalmente la rifrattività ionosferica.

È stata discussa pure l'ipotesi (III), che è stata modificata in modo da portare in conto, contemporaneamente, l'effetto degli elettroni e degli ioni. Nell'approssimazione « longitudinale » in cui è stata ottenuta la (25)a, quest'ultima si modificherebbe nella forma seguente:

$$(40) \quad n^2 = 1 - \frac{f_{eN}^2}{f(f \pm f_H)} - \sum_i \frac{f_{iN}^2}{f(f \mp f_{Hi})},$$

essendo f_{Ni} e f_{Hi} la frequenza di plasma e la girofrequenza della i -ma specie di ioni positivi presenti (ioni negativi vengono conteggiati ribaltando il doppio segno). Si dà peraltro la circostanza che per ottenere un qualche effetto di magnetoguida dovuto anche a ioni, questi dovrebbero avere una densità molto maggiore di quella degli elettroni: ma allora in genere cadrebbe l'ipotesi (I) e non sarebbe più corretta la teoria nel suo insieme.

In merito all'interazione elettroni-particelle circostanti, H. K. Sen e A. A. Wyller (*), e sulla loro scia altri, hanno rielaborato la teoria sostituendo all'ipotesi (IV) uno schema più complesso, nel quale la frequenza ν delle collisioni viene assunta come una funzione lineare del rapporto tra l'energia cinetica degli elettroni e l'energia di agitazione termica delle particelle circostanti, e per l'energia degli elettroni viene assunta una distribuzione quasi maxwelliana. Tale teoria nota con il nome, in realtà alquanto enfatico, di «teoria magnetoionica generalizzata», non porta, ad onta della notevole complessità dei calcoli, a rilevanti modifiche funzionali per la rifrattività: se $f \gg \nu$ valgono ancora le formule «classiche», e altrimenti basta moltiplicare in queste ultime ν per un opportuno coefficiente numerico, variabile tra 2,5 (se $\nu < |f - f_H|$) e 1,5 (se $\nu > |f - f_H|$).

A questo punto, non avendo ricavato grosse conseguenze dal riesame delle ipotesi a base della teoria magnetoionica, non resta che vedere se eventuali conseguenze si hanno non effettuando nei calcoli essenziali della teoria certe approssimazioni, da noi prima esplicitamente indicate ma che normalmente non vengono enfatizzate: ci riferiamo al trascurare l'induzione \mathbf{B} del campo dell'onda rispetto all'induzione \mathbf{B}_H del c.m.t., e alla trattazione euleriana dei moti elettro-nici suscitati dalle onde incidenti.

Così, mantenendo il formalismo dianzi introdotto, riscriveremo la (11) nel modo seguente:

$$(41) \quad m \ddot{\mathbf{r}} = q \mathbf{E} + q \dot{\mathbf{r}} \times (\mathbf{B} + \mathbf{B}_H) - m \nu \dot{\mathbf{r}}.$$

Poniamo ora, come è sempre possibile fare,

$$(42) \quad \dot{\mathbf{r}} = \bar{\mathbf{r}} + \dot{\mathbf{s}},$$

dove $\bar{\mathbf{r}}$ è la velocità di scorrimento degli N elettroni per unità di volume, legata alla densità della corrente di conduzione \mathbf{j} dalla (12). Mediando la (42) per gli N elettroni nell'unità di volume, è chiara-

mente $\bar{\mathbf{s}} = 0$, mentre per le accelerazioni, nulla potendo dire al momento, scriveremo

$$(43) \quad \bar{\mathbf{r}} - \frac{d}{dt} \dot{\mathbf{r}} + \bar{\mathbf{s}} = \frac{i}{Nq} \left(\omega - \frac{k}{Nq} j_x \right) \mathbf{j} + \bar{\mathbf{s}}.$$

La (41) dà così:

$$(44) \quad m \frac{i\omega}{Nq} \mathbf{j} - m \frac{ik}{N^2 q^2} j_x \mathbf{j} + m \bar{\mathbf{s}} = q \mathbf{E} + \frac{1}{N} \mathbf{j} \times (\mathbf{B} + \mathbf{B}_H) - m \frac{v}{Nq} \mathbf{j}.$$

Moltiplicando tutto per $iNq/m\omega$, utilizzando le posizioni della Tab. II e ponendo ulteriormente

$$(45) \quad \mathbf{Y} = \frac{|q|}{m\omega} \mathbf{B},$$

$$(46) \quad \mathbf{W} = \frac{Nq}{\omega} \bar{\mathbf{s}},$$

si ha infine l'equazione vettoriale

$$(47) \quad -\mathbf{j} + \frac{b}{Nq\omega} j_x \mathbf{j} = i \varepsilon_0 \omega X \mathbf{E} + i \mathbf{j} \times (\mathbf{Y} + \mathbf{Y}_H) - i Z \mathbf{j} - i \mathbf{W},$$

che dà luogo alle tre equazioni scalari:

$$(48) \quad \left. \begin{array}{l} \text{a} \left\{ \begin{array}{l} -j_x + \frac{k}{Nq\omega} j_x^2 = i \varepsilon_0 \omega X E_x + i j_y Y_z - i j_z Y_y - i j_x Y_T - \\ \quad - i Z j_x - i W_x, \end{array} \right. \\ \text{b} \left\{ \begin{array}{l} -j_y + \frac{k}{Nq\omega} j_x j_y = i \varepsilon_0 \omega X E_y - i j_x Y_z + i j_z Y_L - i Z j_y - \\ \quad - i W_y, \end{array} \right. \\ \text{c} \left\{ \begin{array}{l} -j_z + \frac{k}{Nq\omega} j_x j_z = i \varepsilon_0 \omega X E_z + i j_x Y_y + i j_z Y_T - i j_y Y_L - \\ \quad - i Z j_z - i W_z. \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Potremmo risolvere questo sistema di equazioni seguendo una via simile a quella seguita nel precedente paragrafo 2, la soluzione contenendo naturalmente le ulteriori grandezze incognite W_x , W_y , W_z . Poiché peraltro abbiamo polarizzato l'attenzione sulla magneto-

guida, ci limiteremo a una trattazione molto più semplice, considerando una propagazione quasi longitudinale ($Y_T \cong 0$, $Y_L \cong Y_H$). Sotto questa ipotesi, ricordando le (7), (8), (9) e la (2), potremo scrivere:

$$\begin{aligned}
 & a \quad i W_x = (1 - X - i Z) j_x - \frac{n}{N q c} j_x^2 + \frac{q n (1 + R^2)}{\epsilon_0 m c \omega (n^2 - 1)} j_y^2, \\
 & b \quad \left\{ \begin{aligned} i W_y &= \left(1 + \frac{X}{n^2 - 1} + i R Y_L - i Z \right) j_y - \\ & - \frac{n}{N q c} \left(1 + \frac{X}{n^2 - 1} \right) j_x j_y = A j_y + G j_x j_y, \\ i W_z &= \left(1 + \frac{X}{n^2 - 1} - i \frac{Y_L}{R} - i Z \right) R j_y - \\ & - \frac{n}{i q c} \left(1 + \frac{X}{n^2 - 1} \right) R j_x j_y = G j_y + C R j_x j_y. \end{aligned} \right. \quad (49)
 \end{aligned}$$

Dalle due ultime equazioni risulta:

$$(50) \quad R = \frac{A - \left(1 + \frac{X}{n^2 - 1} - i Z \right)}{i Y_L} = \frac{G + i Y_L}{1 + \frac{X}{n^2 - 1} - i Z};$$

è quindi:

$$(51) \quad 1 + \frac{X}{n^2 - 1} - i Z = \frac{A \pm \sqrt{A^2 - 4 i G Y_L + 4 Y_L^2}}{2}.$$

In virtù della struttura delle (19)b, (49)c, appare ragionevole ammettere che sia $W_z = R W_y$; segue allora, dalle medesime equazioni, che è $G = R A$, e ancora, con calcoli immediati:

$$(52) \quad 1 + R^2 = 0.$$

Questa relazione è la (25)b della teoria classica, esprime la polarizzazione circolare delle componenti dell'onda nel piano yz , ortogonale al campo magnetico di guida; aver ritrovato questa circostanza, ben verificata sperimentalmente, costituisce una buona prova dell'attendibilità dell'ipotesi espressa dalla relazione $W_z = R W_y$.

Introducendo la (52) nella (49)a si ha:

$$j_x = \frac{Nq e}{2n} \left[(1 - X - iZ) \pm (1 - X - iZ) \sqrt{1 - \frac{4inW_x}{Nqe(1-X-iZ)^2}} \right]. \quad (53)$$

Tenendo conto della (46), si riconosce che il radicale è lecitamente approssimabile con l'unità; segue:

$$(54) \quad \begin{cases} a \{ j_x = 0, \\ b \} j_x = \frac{Nq e}{iu} (1 - X - iZ). \end{cases}$$

Facendo $G = RA$ nella (51) si ottiene poi (*):

$$(55) \quad n^2 - 1 = \frac{2X}{A \pm (A \mp 2Y_L) - 2 + 2iZ}.$$

Prendendo il meno del primo doppio segno si ha:

$$(56) \quad n^2 - (n - iZ)^2 = 1 - \frac{X}{1 \pm Y_L - iZ};$$

separando parte reale e parte immaginaria:

$$(57) \quad \left. \begin{aligned} n^2 \\ Z^2 \end{aligned} \right\}^{(**)} = \frac{1}{2} \left\{ \pm \left[1 - \frac{X(1 \pm Y_L)}{(1 \pm Y_L)^2 + Z^2} \right] + \right. \\ \left. + \sqrt{\left[1 - \frac{X(1 \pm Y_L)}{(1 \pm Y_L)^2 + Z^2} \right]^2 + \left[\frac{XZ}{(1 \pm Y_L)^2 + Z^2} \right]^2} \right\}.$$

Prendendo nella (55) il più del primo doppio segno si ha invece:

$$(58) \quad n^2 = 1 - \frac{X}{1 - A \pm Y_L - iZ}.$$

Posto:

$$(59) \quad U = i \frac{W_x}{j_y},$$

(*) Qui e nel seguito scriveremo il doppio segno relativo a Y_L in accordo con la (25)b, in modo che il segno superiore si riferisca alla componente ordinaria.

(**) n^2 corrisponde al + del primo doppio segno; gli altri doppi segni riguardano le due componenti magnetoioniche.

dalla (49)b e (54)a si ha $A = U$, e dalla (58) segue:

$$(60) \quad n^2 = 1 - \frac{X}{1 - U \pm Y_L - iZ};$$

sempre dalla (49)b, ma stavolta con la (51)b, si ha:

$$(61) \quad n^2 = 1 - \frac{X^2 + iXZ}{X - U \pm Y_L}.$$

La grandezza U è legata alla dinamica dei moti elettronici; precisamente, richiamando la (46) e altre relazioni precedenti, si può scrivere:

$$(62) \quad U = i \frac{Nq}{\omega} \frac{\ddot{s}_y}{j_y} = - \frac{Nq}{\partial j_y} \frac{\ddot{s}_y}{\partial t} \cong - \frac{\ddot{s}_y}{\ddot{r}_y}.$$

Le due componenti di accelerazione che compaiono nel rapporto ora scritto riguardano rispettivamente il contributo del moto di ciclone, con raggio q_H , e del moto di scorrimento, con raggio q , al risultante moto medio elettronico nel piano ortogonale al campo magnetico di guida; U risulta pari, in valore, al rapporto q_H/q , che, a sua volta, risulta pari⁽⁸⁾ a $1/Y$. Risulta così che, nel campo in cui $Y \gg 1$, è $U \ll Y$.

Trascurando dunque U rispetto a Y_L , la (60) si riduce alla (56), mentre dalla (61) si ha:

$$(63) \quad n^2 = (n - iZ)^2 = 1 - \frac{X^2 + iXZ}{X \pm Y_L};$$

separando parte reale e parte immaginaria:

$$(64) \quad \frac{n^2}{Z^2} \left\{ \begin{array}{l} (*) \\ \end{array} \right. = \frac{1}{2} \left\{ \pm \left(1 - \frac{X^2}{X \pm Y_L} \right) + \sqrt{\left(1 - \frac{X^2}{X \pm Y_L} \right)^2 + \left(\frac{XZ}{X \pm Y_L} \right)^2} \right\}.$$

6. - DISCUSSIONE DEI RISULTATI.

(a) Le equazioni (49) mostrano che, accanto a termini lineari, già presenti nelle (18) della teoria classica, compaiono termini di se-

(*) n^2 corrisponde al + del primo doppio segno; gli altri doppi segni riguardano le due componenti magnetoioniche.

condo grado per le componenti di corrente e quindi, a norma delle (8), per le componenti di campo elettrico. Tali termini non lineari derivano dall'adottata rappresentazione delle velocità elettroniche [v.(43)], dal non aver approssimato con la derivata parziale la derivata temporale delle velocità elettroniche [v.(44)], dall'aver considerato anche il campo magnetico dell'onda [v.(47)]. È importante osservare che, come senza difficoltà si verifica, tali termini svaniscono se si considera uno solo dei procedimenti ora ricordati, per gli altri due adottandosi le approssimazioni usuali: essi rappresentano dunque un effetto cooperativo d'accoppiamento non lineare e dispersivo tra onde e mezzo, qualitativamente esprimibile dicendo che le onde modificano riflettività e assorbività del mezzo, in modo dipendente dall'intensità e dalla frequenza. Si ha l'impressione che le teorie elaborate per dar conto di certi fenomeni non lineari nella radiopropagazione ionosferica [di cui un'eccellente rassegna è il riferimento bibliografico ⁽¹⁾], attualmente piuttosto staccate dal corpo della teoria magnetoionica, possano trovare la loro sistemazione nell'ambito di una teoria magnetoionica generale sviluppata secondo le linee schematicamente indicate sopra. Per quanto estremamente interessante, tale questione esula però dal limitato scopo del presente lavoro.

(b) Il mantenimento della polarizzazione circolare delle onde in un piano ortogonale al campo magnetico di guida [v.(52)], porta alla scomparsa del termine in j_y^2 nella (49)a; l'altro termine non lineare, in j_x^2 , porta ai valori (54) per j_x . Di questi valori, il primo, nullo, è coerente con la teoria classica, mentre il secondo, che rivela una componente longitudinale di corrente e di campo elettrico, sta a significare che le traiettorie elettroniche hanno andamento elicoidale (nei tratti tra una collisione e l'altra) intorno alla direzione del campo magnetico di guida.

(c) La (56) è la (24) della teoria classica. Per la parte di tratto non svolgentesi nella bassa ionosfera, per la quale si può ammettere $Z^2 \ll 1$ (all'incirca, al di sopra della regione E: Fig. 1), la parte reale della (56) dà luogo alla (25)a; come s'è visto a suo tempo, ammettendo le limitazioni (28) può propagarsi la sola componente straordinaria, con velocità di gruppo data dalla (30) ovvero, con le più restrittive limitazioni (31) di Storey, data dalla (32), la quale ultima dà poi, per la dispersione, la (34). Il fatto che quest'ultima relazione sia in buon accordo con l'esperienza porta ad accettare l'applicabilità

delle relazioni ora ricordate per l'anzidetta parte di traiettoria, che è poi l'intera traiettoria ad esclusione del tratto nella bassa ionosfera: qui la (34) cade in difetto per il non contemporaneo verificarsi delle condizioni $Z^2 \ll 1$ e $X/Y_H \gg 1$. S'è visto pure che per spiegare la magnetoguida deve esistere un appropriato gradiente trasversale di densità elettronica, il che ha portato all'ipotesi di colonne di ionizzazione centrate su linee di forza del campo magnetico terrestre. V'è da ritenere peraltro che il riscontrato effetto di magnetoguida possa essere spiegato sulla base della corrente longitudinale ricordata nel precedente punto (b).

In effetti, posto che, in virtù delle (9) e (52), la densità di corrente trasversale è nulla, la corrente netta suscitata dall'onda è puramente longitudinale; ciò accade evidentemente per la particolare conformazione del campo elettrico, ma nulla vieta di rappresentare le cose sostituendo al plasma reale un plasma fittizio caratterizzato da una densità elettronica N' anisotropa, non nulla nella direzione del campo magnetico e nulla in direzioni ortogonali. È questione opinabile, e comunque non particolarmente importante per la presente discussione qualitativa, la forma da assegnare alla funzione $N'(\theta)$; sta di fatto che in un modello del genere s'avrebbe un gradiente trasversale di densità elettronica piuttosto grande (teoricamente, infinito), tale da assicurare, fatta salva la condizione $f \leq f_H/2$, la guida intorno a linee di forza magnetiche (*). La modifica imposta dalle onde al mezzo, cui s'è accennato nel precedente punto (a), viene qui interpretata come la formazione di una colonna di massima ionizzazione, allineata con il campo magnetico di guida. La teoria delle colonne di ionizzazione risulta così ancorata alla teoria magnetoionica, costituendo uno dei risultati di essa.

(d) Passando ora alla (63), osserviamo preliminarmente che questa relazione dà conto dell'esistenza di altre due componenti magnetoioniche, che chiameremo *componenti modificate*, aventi in comune con quelle «classiche» la polarizzazione circolare in versi opposti in un piano ortogonale al campo magnetico di guida. Per valutare l'importanza di queste componenti, rispetto a quelle classiche, converrà

(*) Ovviamente, prendendo per buoni i risultati della teoria delle colonne di ionizzazione.

considerare, per semplicità, il caso in cui sia $Z^2 \ll 1$; la parte reale della (63) dà allora:

$$n^2 = 1 - \frac{X^2}{X \pm Y_L} = 1 - \frac{X}{1 \pm \frac{Y_L}{X}} = 1 - \frac{f_N^2}{f(f \pm f_H \cos \vartheta)} \cong$$

$$(65) \quad 1 - \frac{f_N^2}{f(f \pm f_H)}.$$

Confrontando con la (25)a, si vede che le cose vanno come nella teoria classica, a patto di considerare una « girofrequenza modificata »

$$(66) \quad f'_H = \frac{f_N^2}{f_N} f_H,$$

che dà conto, sotto un diverso aspetto, del complesso accoppiamento tra onde, plasma e campo magnetico. È interessante osservare che tale girofrequenza è direttamente proporzionale al quadrato della frequenza f delle onde e inversamente proporzionale al quadrato della frequenza di plasma f_N , cioè inversamente proporzionale alla densità elettronica N ; coincide con la girofrequenza f_H per $f = f_N$ ($X = 1$). Tale dipendenza della girofrequenza modificata da N potrebbe spiegare, nei casi in cui si può ammettere l'esistenza delle componenti magnetoioniche modificate (cioè, come vedremo, nella bassa ionosfera), la variazione della girofrequenza effettiva osservata in alcune esperienze sull'interazione di onde (1). Tornando alla (65), le due componenti anzidette esistono, o per dir meglio si propagano, se n è reale. Se $X \gg Y_L$, per avere n reale occorre che sia $X \leq 1$; ma queste due condizioni non si verificano mai insieme nell'ordinaria propagazione whistler, in cui è $Y_L > 1$. Escluso dunque il caso $Y_L < X < 1$, per la componente ordinaria n è reale se $X^2 < X + Y_L$, annullandosi (riflessione) per $X^2 = X + Y_L$; se, come accade per i whistlers nella bassa ionosfera, $Y_L \gg 1/4$ (Fig. 1), la propagazione della componente ordinaria è possibile, a conti fatti, soltanto per $X < \sqrt{Y_L}$. Quanto alla componente straordinaria, si trova analogamente che n è reale se $X < Y_L$, è infinitamente grande per $X = Y_L$ e non s'annulla mai.

Risulta dunque che le componenti modificate hanno notevole rilevanza nella bassa ionosfera, e che di esse interessa principalmente la componente straordinaria. Nella bassa ionosfera, peraltro, non è $Z^2 \ll 1$, come per semplicità ammesso; occorre pertanto tener conto dell'effetto rifrattivo delle collisioni elettroniche, cioè utilizzare le (57) e (64) così come sono. Per studiare l'andamento delle funzioni

$n^2(X, Y_H, Z)$ e $\chi^2(X, Y_H, Z)$, date dalle relazioni ora ricordate, abbiamo pensato di far ricorso alle curve rappresentative delle funzioni

$$(67) \quad \left. \begin{matrix} n^2 \\ \chi^2 \end{matrix} \right\} = \frac{1}{2} \left\{ \pm (1 - \zeta \xi) + [1 + \zeta \xi (\xi - 2)]^{1/2} \right\},$$

parametriche in ζ , mostrate nella Fig. 3, che J. A. Ratcliffe (*) ha tracciato, ponendo $\xi = X$ e $\zeta = (1 + Z^2)^{-1}$, nel caso $Y_H = 0$ (assenza di

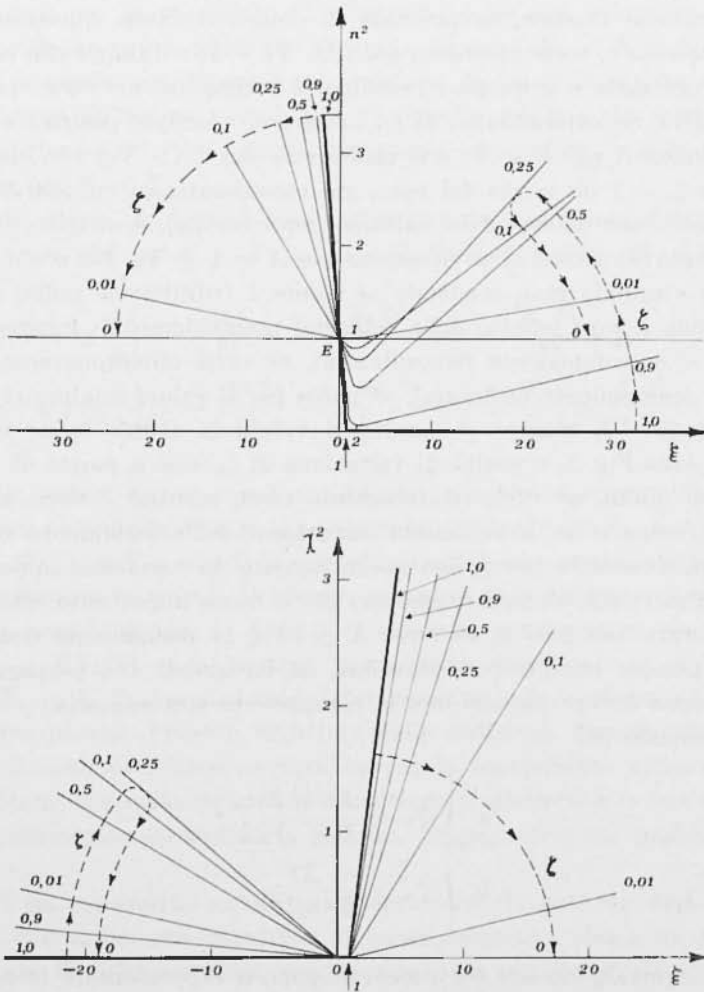


Fig. 3 - Curve di dispersione per un magnetoplasma assorbente.

campo magnetico), ma che, a nostro parere, hanno un'utilità piuttosto generale. Infatti, ponendo

$$(68) \quad \left. \begin{array}{l} \text{a) } \xi_c = \frac{X}{1 \pm Y_L}, \\ \text{b) } \zeta_c = \frac{Y^2_L}{Y^2_L + Z^2}, \end{array} \right\}$$

le (67) equivalgono alle (57), cioè vengono a rappresentare il caso quasi longitudinale classico, in presenza di collisioni. Nella questione che qui interessa è, come ricordato poco fa, $Y_L \gg 1$, e dunque alla componente ordinaria e a quella straordinaria corrispondono valori positivi e negativi, rispettivamente, di ξ_c ; ζ_c , invece, è sempre positivo e varia tra il valore 1 per $Z < Y_L$ e il valore zero per $Z (> Y_L) \rightarrow \infty$. La curva per $\zeta_c = 1$ dà conto del caso, già considerato, in cui sia $Z^2 \ll 1$; in questo caso (effetto delle collisioni trascurabile), è $n^2(\xi_c = 1) = 0$, cioè, come sappiamo, si ha riflessione per $X = 1 \pm Y_L$. Per $0 \leq \zeta_c < 1$, n^2 non s'annulla mai, tendendo al valore 1 (rifrattività nulla) per ζ_c che tende a zero (effetto delle collisioni preponderante); mentre però per $\xi_c < 0$ (componente straordinaria), n^2 varia monotonamente, per $\xi_c > 0$ (componente ordinaria), n^2 passa per il valore minimo $(1 - \zeta_c)$ quando $\xi_c = 2$, mentre χ^2 assume il valore ζ_c . Com'è facile vedere, anche dalla Fig. 3, a parità di variazione di ζ_c , cioè a parità di variazione di quota, n^2 varia relativamente poco, mentre χ^2 varia ampiamente; come si sa, a variazioni importanti dell'assorbimento su tragitti relativamente brevi, non accompagnate da variazioni importanti della rifrattività, s'accompagna una più o meno importante riflessione dell'energia: per $\xi_c = 2$, cioè per $X \cong 2Y_L$, la componente ordinaria perde dunque energia per riflessione, ed ha quindi una propagazione assai meno favorevole che non la componente straordinaria.

Ponendo poi

$$(69) \quad \left. \begin{array}{l} \text{a) } \xi_m = \frac{X^2 + Z^2}{X \pm Y_L}, \\ \text{b) } \zeta_m = \frac{X^2}{X^2 + Z^2}, \end{array} \right\}$$

le (67) equivalgono alle (64), cioè vengono a rappresentare le componenti modificate in presenza di collisioni. Il parametro ζ_m è sempre positivo, e varia tra il valore 1 per $Z < X$ (effetto delle collisioni tra-

scurabile) e il valore zero per $Z (> X) \rightarrow \infty$. Quanto a ξ_m , esso è positivo per le due componenti se $X > Y_L$, mentre se $X < Y_L$ è positivo per la sola componente ordinaria. Quando ξ_m è positivo, la situazione è analoga a quella vista poco fa per la componente ordinaria classica, nel senso che si ha una più o meno importante riflessione per $\xi_m = 2$, cioè per $X^2 + Z^2 = 2 (X \pm Y_L)$; valendo questa condizione, per $X \geq Z$ si ottiene la (65), per $X < Z$ si ha $n^2 = 1 - (X^2/Z^2)$. All'impossibilità della propagazione della componente ordinaria per $X > Y_L$, $X \geq Z$, già trovata precedentemente, discutendo la (65), s'aggiunge ora la possibilità di riflessione delle due componenti nell'intervallo di quote, piuttosto ristretto, in cui è $Y_L < X < Z$, molto vicino a quella che chiameremo « regione di transizione », in cui X , Y_L , Z sono all'incirca uguali (Fig. 1). Risulta dunque che il modo di propagazione favorito è, anche per queste componenti, quello straordinario per $X < Y_L$.

Alle quote alle quali l'effetto rifrattivo delle collisioni elettroniche è rilevante, cioè per $X < Y_L (\gg 1) < Z$, dalle (67), (68), (69) si ricava:

$$(70) \quad \begin{aligned} \text{a} \quad n_c^2 &\cong \frac{1}{2} \left\{ \left| 1 + \frac{X^2}{Z^2} + 2 \frac{X Y_L}{Z^2} \right|^{1/2} + 1 + \frac{X Y_L}{Z^2} \right\} \cong 1 + \frac{X Y_L}{Z^2}, \\ \text{b} \quad n_m^2 &\cong \frac{1}{2} \left\{ \left| 1 + \frac{X^2 Z^2}{Y_L^2} + 2 \frac{X^2}{Y_L} \right|^{1/2} + 1 + \frac{X^2}{Y_L} \right\} \cong \frac{X Z}{2 Y_L}. \end{aligned}$$

È facile vedere che n_c^2 e n_m^2 si riducono, con buona approssimazione, al valore dato dalla (25)a se si considerano, in luogo di Y_L , le quantità $Y'_c = Z^2/Y_L$ e $Y'_m = 2Y_L/Z$, rispettivamente. A questo punto, possiamo riferirci ai calcoli di Storey, nei quali la condizione di validità per la magnetoguida è $X/Y \gg 1$: per la componente classica è $X/Y'_c = X Y_L/Z^2 \ll 1$, mentre per quella modificata è $X/Y'_m = X Z/2 Y_L \gg X/Y_L$. Concludendo sinteticamente, nella bassissima ionosfera, dove prevale l'effetto rifrattivo delle collisioni, l'intrappolamento entro il cono di Storey avverrebbe per la componente straordinaria modificata, che nella regione di transizione trasferirebbe la sua energia alla componente straordinaria classica, propagantesi nel modo dianzi visto.

Ci sia consentita un'ultima osservazione. È noto da vari esperimenti con radioonde impulsive di bassa frequenza che, a un segnale incidente W sulla ionosfera, corrispondono un segnale rifratto (il « modo whistler », cioè, come abbiamo visto, la componente straordinaria) e due segnali riflessi, uno dei quali, C (« eco d'accoppiamento ») ha

la stessa polarizzazione del segnale primario, mentre l'altro, P («eco principale») ha una polarizzazione anomala rispetto a quella determinabile con la teoria magnetoionica classica. La spiegazione corrente di ciò, secondo un'ipotesi (*ipotesi dell'accoppiamento*) emessa anni fa da R. W. Parkinson (⁵), è schematizzata nelle Fig. 4, a sinistra. Mentre

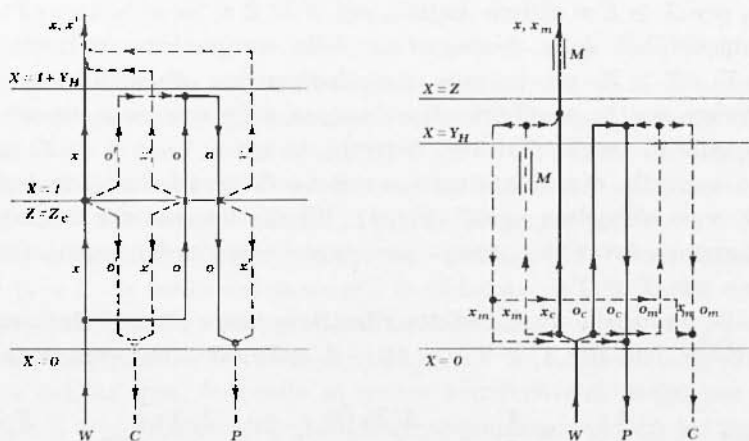


Fig. 4 - Schema della propagazione secondo l'ipotesi dell'accoppiamento (a sinistra) e secondo l'ipotesi delle componenti delle magnetoioniche modificate (a destra).

alla quota alla quale è $X = 1 + Y_H$ ha luogo la riflessione della componente ordinaria, alla quota alla quale $X = 1$ e Z assume il valore critico $Z_c = Y_H \sin^2 \theta / 2 \cos \theta$ si ecciterebbero componenti ordinarie e straordinarie (classiche) sia progressive sia retrograde, «accoppiate» tra loro in modo da dar luogo, insieme alle due componenti primarie, a segnali riflessi come indicato nella figura (C ha la medesima polarizzazione di W in quanto ad esso contribuiscono componenti della stessa specie, eccitate da quelle di W). La situazione in termini del precedente meccanismo con le componenti modificate è schematizzata nella stessa Fig. 4, a destra (il simbolo M evidenzia la possibilità di intrappolamento nel cono di Storey). Dal punto di vista delle grandezze sperimentalmente misurabili, è evidente che i due schemi sono simili: ciò significa che il modello qui proposto è coerente con quello dell'accoppiamento e con i risultati degli esperimenti dianzi ricordati, ma che al tempo stesso esperimenti di questo tipo non appaiono risolutivi nel far accettare uno piuttosto che l'altro dei due modelli. È però

probabile che una trattazione più estesa di quella qui appena delineata e suggerita potrà indicare qualche esperimento cruciale sull'attendibilità delle conseguenze che abbiamo tratto dalle (48).

BIBLIOGRAFIA

- (1) AGNELLI G., CIMINO M., CUTOLO M., PUGLISI M., « *Advan. in Phys.* », **19**, 217, 1970.
 - (2) DOMINICI P., *Radiopropagazione ionosferica*, Monografia, Suppl. « *Annali di Geofisica* », **XXIV**, 1971.
 - (3) HELLIWELL R. A., « *Proc. IRE* », **46**, 785, 1958.
 - (4) HELLIWELL R. A., « *Journ. Geoph. Res.* », **61**, 139, 1956.
 - (5) PARKINSON R. W., « *Journ. Atm. Terr. Phys.* », **8**, 158, 1956.
 - (6) POPE J. H., « *Journ. Geoph. Res.* », **66**, 67, 1961.
 - (7) RAO G., BOOKER H. G., « *Journ. Geoph. Res.* », **68**, 387, 1963.
 - (8) RATCLIFFE J. A., *The Magnetoionic Theory*, Cambridge Univ. Press, 1959.
 - (9) SEN H. K., WYLLER A. A., « *Journ. Geoph. Res.* », **65**, 3931, 1960.
 - (10) SMITH R. L., HELLIWELL R. A., YABROFF I. W., « *Journ. Geoph. Res.* », **65**, 815, 1960.
 - (11) STOREY L. R. O., « *Phil. Trans. Roy. Soc. London* », **246**, 113, 1953.
-