

Analisi ottica della turbolenza atmosferica

(Optical analysis of the atmospherical turbulence)

R. CIALDEA - D. VENTURA

Ricevuto il 18 Marzo 1972

RIASSUNTO. — Nella presente nota sono riportati alcuni fenomeni presentati da un fascio di raggi luminosi paralleli che si propagano negli strati bassi dell'atmosfera. In particolare si è osservata l'illuminazione da esso prodotta su uno schermo piano posto trasversalmente al fascio.

Per alcuni valori della distanza sorgente-schermo si è notata una distribuzione a struttura cellulare della intensità luminosa che si spostava con la velocità del vento. Allo scopo di giustificare questo fenomeno gli AA. hanno elaborato un modello di turbolenza atmosferica basato sull'ipotesi che nell'aria siano presenti discontinuità ottiche a simmetria sferica.

Si è potuto stabilire che una discontinuità di questo tipo provoca una focalizzazione del fascio ad una certa distanza con produzione di una pseudoimmagine della sorgente a forma di anello luminoso.

È stato così possibile spiegare l'aspetto della distribuzione dell'illuminamento osservato ed il fatto che la sovrapposizione degli effetti delle diverse bolle incontrate sia praticamente impercettibile.

Gli AA. concludono osservando che da questo esame è possibile analizzare la turbolenza, sia per quanto riguarda le dimensioni delle bolle, che per il valore della loro disomogeneità ottica.

SUMMARY. — In the present paper the AA. reported some phenomena observed in a parallel light beam which propagated in the lower atmosphere. This beam was observed on a plane screen normally crossing the beam. For some source-screen distances a cellular intensity distribution was noted: this structure was moving with the wind speed.

In order to explain these phenomena the AA. suppose an atmospherical turbulence model based on the eddies with an optical inhomogeneity, which have a spherical symmetry. This inhomogeneity produce a beam focusing only at a give distance depending upon inhomogeneity characteristics.

The focusing forms a luminous ring which can be considered the source pseudoimage made by the eddies.

The AA. show that the overlapping of the effects by many eddies along the beam path is not important and conclude that same optical analysis can give the eddies dimension and the value of their optical inhomogeneities.

Nell'ambito delle ricerche sulla turbolenza atmosferica eseguite in collaborazione con il Servizio Meteorologico dell'Aeronautica Militare e con l'Istituto Nazionale di Geofisica, sono state effettuate alcune osservazioni delle disomogeneità generate dalla turbolenza. Poiché queste disomogeneità non possono ovviamente raggiungere valori elevati, trattandosi di un gas, l'aria, era necessario realizzare un sistema abbastanza sensibile alle variazioni dell'indice di rifrazione. Due potevano essere i metodi da seguire: o i metodi interferometrici (1) o quelli rifrattivi (2). I primi sono però troppo sensibili, i secondi invece presentano degli indubbi vantaggi per la loro sensibilità non eccessivamente spinta. Pertanto le nostre osservazioni sono state eseguite esaminando su uno schermo le sezioni di un fascio di luce, sufficientemente direzionale, a varie distanze dalla sorgente. Le osservazioni sono state eseguite presso gli aeroporti di Fiumicino e di Pratica di Mare.

Le sorgenti adoperate sono state le seguenti:

1) proiettore catadiottrico con specchio di 50 cm di diametro con lampada a vapori di mercurio ad alta pressione da 200 watt; la brillantezza della lampada era di 20.000 stilb con una dimensione di 3,25 mm²;

2) laser continuo ad He-Ne della potenza di 3 mw con apertura angolare variabile da 1 milliradiante a 10⁻² milliradiani.

Le sorgenti erano sistemate a distanze dal suolo variabili fra 1,5 metri e 8 metri ed il fascio di luce veniva fatto propagare in direzione pressoché parallela al terreno.

Dall'esame del fascio su uno schermo posto a distanze diverse dalla sorgente, è stato osservato il seguente fenomeno principale: l'illuminazione dello schermo si presentava con intensità pressoché uniforme su tutta la sezione del fascio fino a distanze di 200-300 metri dalla sorgente; per distanze superiori e fino ad 1 km circa, sullo schermo cominciavano a delinearsi variazioni di intensità che sembravano viaggiare con la stessa velocità della componente del vento normale al fascio; per distanze ancora superiori le variazioni risultavano delineate più o meno nettamente assumendo talvolta un aspetto caratteristico. Sullo schermo si poteva così osservare una distribuzione dell'intensità a

struttura cellulare, che si spostava con la velocità del vento. Le cellule, se isolate, erano pressoché circolari e se in gruppo e al limite a contatto l'una dell'altra, avevano una forma quasi esagonale. Le dimensioni di queste cellule, aventi i lati più luminosi del fondo, erano dell'ordine di 10-20 cm nella direzione verticale; le dimensioni orizzontali erano invece molto variabili e potevano presentarsi da una a tre volte quelle verticali. Nel caso di vento forte ($>$ di 10 nodi) le strutture sparivano dando luogo a delle strisce luminose orizzontali distanti circa 5-10 cm. In alcuni casi poi tale struttura era del tutto caotica ed in altri, specie con velocità pressoché nulle del vento, spariva decisamente dando luogo a delle fluttuazioni di intensità apparentemente del tutto casuali.

È fuor di dubbio che le cause del fenomeno riscontrato siano da ricercarsi in una struttura discontinua dell'atmosfera, dovuta alla turbolenza su piccola scala. Gli effetti della turbolenza sulla propagazione della luce hanno richiamato l'attenzione degli studiosi da molto tempo ed al riguardo sono state elaborate molte teorie⁽³⁾, basate, nella quasi totalità, sull'ipotesi che l'indice di rifrazione presenti, punto per punto, delle variazioni del tutto casuali. Ma da queste premesse non si può arrivare a determinare che una deviazione media del raggio ed uno spostamento medio della visuale geometrica in funzione della distanza e dell'andamento delle fluttuazioni dell'indice di rifrazione.

È evidente che per poter giustificare la struttura cellulare da noi osservata, si debba invece partire da un altro punto di vista e cioè dall'ipotesi che nell'atmosfera esista non già una struttura del tutto casuale delle variazioni di indice di rifrazione, ma piuttosto una struttura a cellule ben definite. Nella presente nota abbiamo perciò elaborato un modello teorico di disomogeneità che può spiegare il fenomeno da noi riscontrato: è ovvio che questo modello per ora deve ritenersi una pura ipotesi di lavoro. Esso consiste nel supporre che nell'atmosfera, considerata otticamente omogenea, siano presenti delle discontinuità, aventi la forma di bolle sferiche, distribuite in modo pressoché uniforme nello spazio⁽⁴⁾.

Dal punto di vista ottico l'indice di rifrazione n potrà essere espresso da una funzione $n(r)$ tale che al centro di una generica bolla essa assuma il valore n_0 , mentre ad una distanza r , generalmente minore della distanza media dei centri delle bolle, il suo valore sia $n_\infty > n_0$, essendo n_∞ il valore caratteristico dell'indice di rifrazione dell'atmosfera omogenea.

Trattandosi di un modello fenomenologico, non si entrerà nei particolari circa la formazione delle bolle, dovute probabilmente ad

effetti termici o a differente composizione; è bene però precisare che i valori dell'indice di rifrazione all'interno della bolla non possono assolutamente presentare delle discontinuità in quanto si tratta di bolle gassose le cui caratteristiche (temperatura, pressione e composizione) devono ovviamente raccordarsi con quelle presentate dall'atmosfera omogenea, in quanto i processi di diffusione tendono ovviamente ad omogeneizzare tutta la massa d'aria.

Allo scopo di poter descrivere analiticamente l'andamento dell'indice di rifrazione nell'interno di una bolla, si è pensato ad una funzione del tipo

$$n = a + b \cos (\pi 2^{-r^\nu}) \quad [1]$$

dove a e b sono delle costanti, r è la distanza del centro della bolla in unità arbitrarie e ν è un numero positivo maggiore della unità. Nella fig. 1 sono rappresentati gli andamenti di n per $\nu = 2$ e $\nu = 4$; si è scelto $\nu = 4$, perché, pur non essendo molto elevato, esso dà luogo ad una pendenza della curva a nostro giudizio più aderente ad una eventuale disomogeneità.

Poiché nella [1] si ha:

$$\begin{array}{ll} \text{per } r = \infty & n(\infty) = a + b = n_\infty \\ \text{per } r = 0 & n(0) = a - b = n_0 \\ \text{per } r = 1 & n(1) = a \end{array}$$

l'unità normalizzata di r risulta essere il raggio dello strato sferico per il quale l'indice di rifrazione assume il valore medio

$$n(1) = a = \frac{n_\infty + n_0}{2}.$$

Calcoliamo ora la deviazione δ di un generico raggio luminoso che incontra una di queste bolle.

Si consideri un raggio incidente (fig. 2) che si propaga ad una distanza h dal raggio ad esso parallelo passante per il centro della bolla; il raggio subisce una deviazione δ , che, per effetto della simmetria sferica, è data ⁽⁵⁾ da:

$$\delta = 2 \int_{n_0}^{n^*} \frac{n h dn}{n \sqrt{n^2 r^2 - n_\infty^2 h^2}} \quad [2]$$

dove n^* è il valore dell'indice di rifrazione dello strato sferico di raggio r^* , che rappresenta la minima distanza della traiettoria del raggio

luminoso dal centro della bolla; ovviamente il raggio risulterà tangente alla sfera di raggio r^* . Il calcolo dello integrale [2] è abbastanza laborioso; pertanto esso è stato eseguito per via numerica presso il Centro

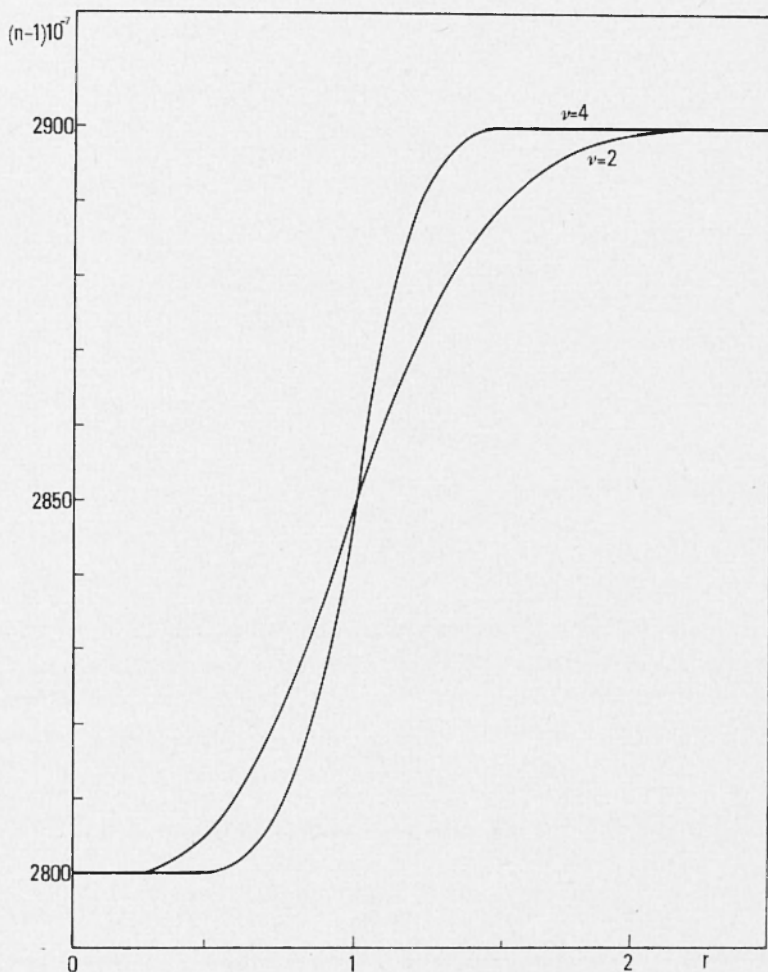


Fig. 1

di Calcolo dell'Università di Roma (Univac 1108). Nella fig. 3 è riportato un andamento tipico di δ in funzione di h per $b = 5 \cdot 10^{-6}$.

Nella ipotesi che nella stessa atmosfera possano esistere disomogeneità sferiche più o meno intense, sono stati calcolati i valori di

δ corrispondenti a diversi valori di b , ma tenendo costante $n_\infty = a + b = 1,00029$.

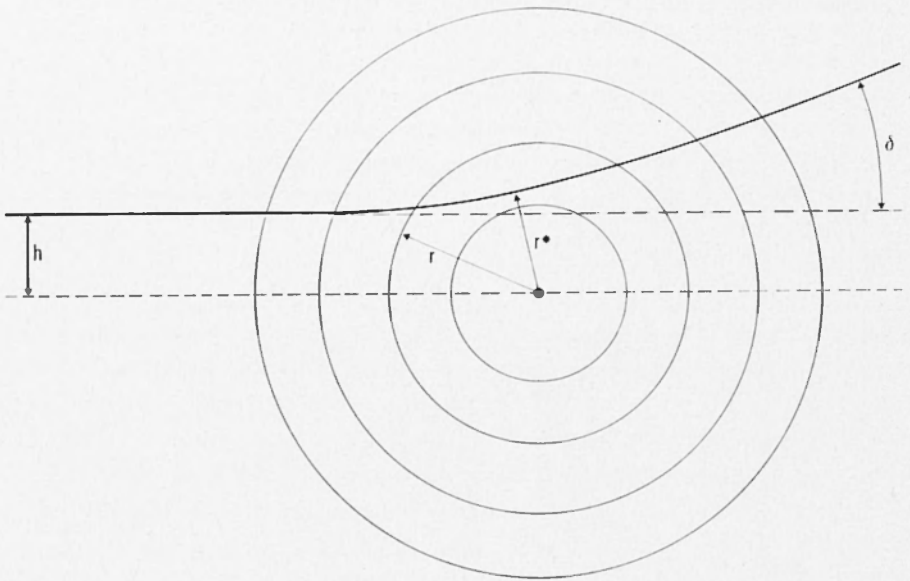


Fig. 2

I risultati del calcolo sono riassunti nella Tabella 1 dove sono stati riportati alcuni valori di δ corrispondenti alla deviazione massima ed il corrispondente valore di h per alcuni valori di b . Nell'ultima colonna sono stati riportati i valori di $(\delta_{\max})_{\text{calc}}$, secondo la relazione

$$\delta_{\max} = 6,096$$

in quanto si vede che essi sono praticamente proporzionali a b .

Tabella 1

b	h	δ_{\max}	$(\delta_{\max})_{\text{calc}}$
10^{-7}	0,9	$6,086 \cdot 10^{-7}$	$6,09 \cdot 10^{-7}$
$5 \cdot 10^{-7}$	0,9	$3,043 \cdot 10^{-6}$	$3,05 \cdot 10^{-6}$
10^{-6}	0,9	$6,086 \cdot 10^{-6}$	$6,09 \cdot 10^{-6}$
$5 \cdot 10^{-6}$	0,9	$3,043 \cdot 10^{-5}$	$3,05 \cdot 10^{-5}$
10^{-5}	0,9	$6,087 \cdot 10^{-5}$	$6,09 \cdot 10^{-5}$

È possibile adesso verificare che l'andamento di δ può portare ad una focalizzazione del fascio luminoso: infatti i valori di δ , inizialmente

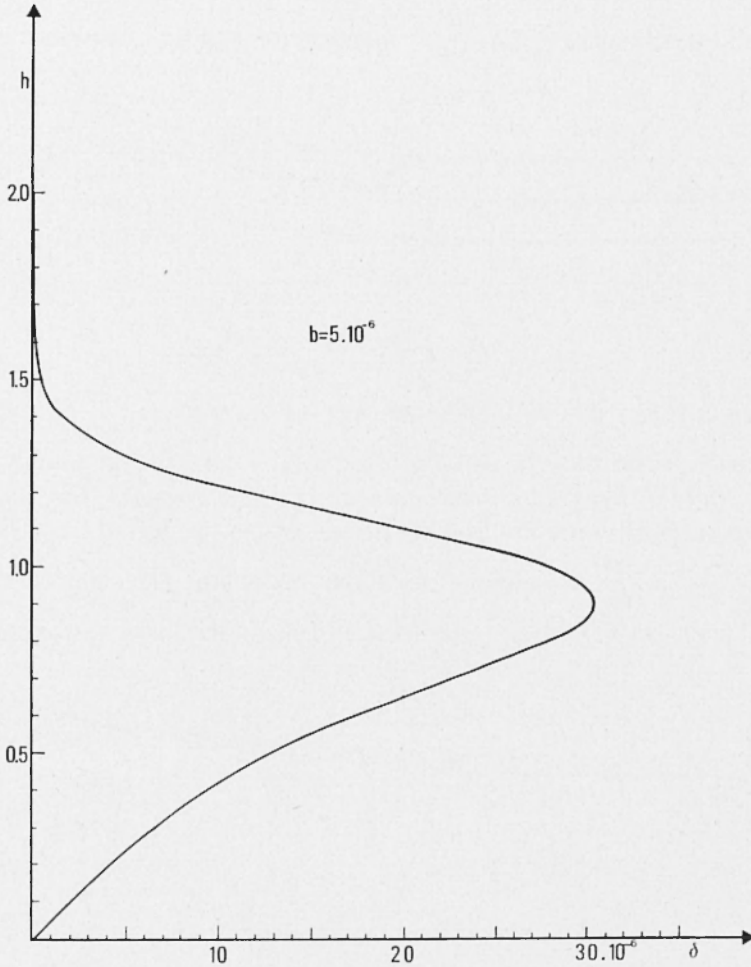


Fig. 3

crescenti all'aumentare di h , raggiungono un massimo e successivamente decrescono tendendo a zero (fig. 4); la diminuzione di δ per valori crescenti di h comporta la focalizzazione dei raggi luminosi ad una distanza D tale che (fig. 5)

$$h + D\delta = \text{cost.}$$

cioè:

$$D = - \frac{dh}{d\delta}$$

Ma all'aumentare di h , $\frac{d\delta}{dh}$, inizialmente positivo, decresce fino

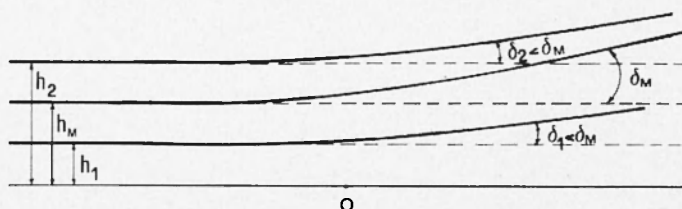


Fig. 4

a cambiare di segno arrivando ad un valore minimo $\left(\frac{d\delta}{dh}\right)_c$; successivamente aumenta e si annulla quando $h = \infty$ (fig. 6); quindi per $h_c < h < \infty$ i raggi focalizzeranno a varie distanze. Da una analisi sommaria della figura si vede che per un tratto, compreso tra i valori di h_1 e h_2 la $\frac{d\delta}{dh}$ si mantiene pressoché costante: ciò significa che i raggi incidenti sulle bolle con distanze iniziali dall'asse di simmetria

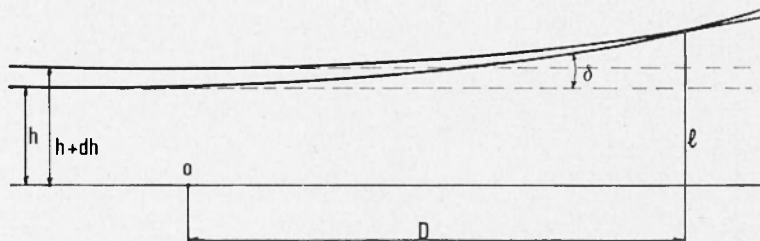


Fig. 5

comprese tra h_1 e h_2 focalizzeranno ad una stessa distanza $D_c = - \left(\frac{dh}{d\delta}\right)_c$. L'interpretazione più plausibile di tutto ciò è che ogni bolla produca, per ogni sorgente puntiforme, una pseudoimmagine a forma di anello alla distanza D_c il cui raggio è dato da (fig. 5)

$$R' = h_c + D_c \delta_c = h_c - \delta_c \left(\frac{dh}{d\delta}\right)_c$$

Questi anelli tendono a sovrapporsi e quindi formeranno delle concentrazioni di luce, che, data la simmetria del fenomeno e ammessa l'uniformità di distribuzione delle bolle, tendono a formare i lati degli esagoni osservati.

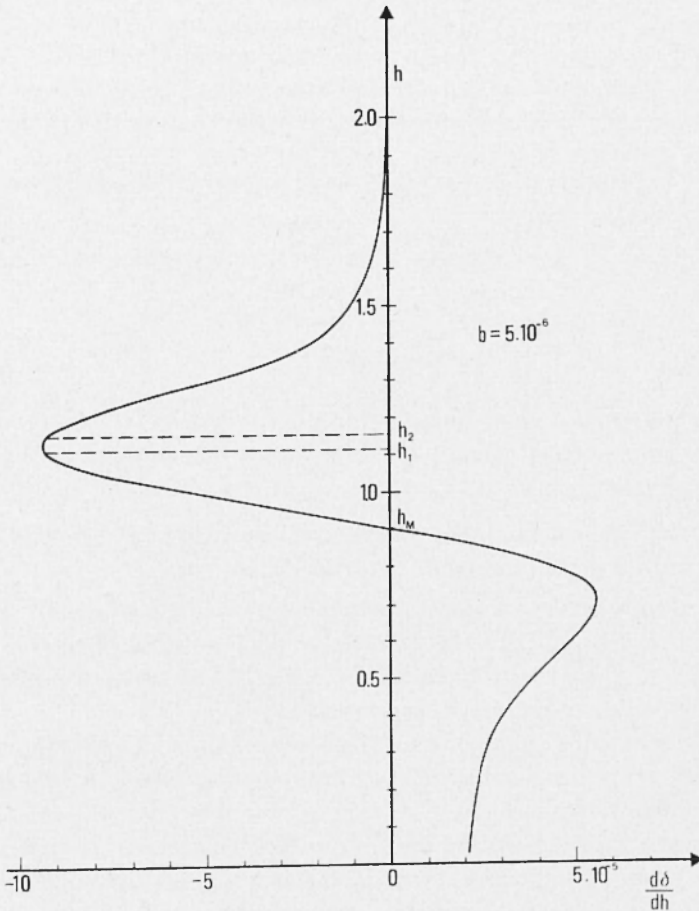


Fig. 6

Nella tabella 2 sono riportati i valori di $\left(\frac{d\delta}{dh}\right)_c$, i corrispondenti valori di h_c e di δ_c , le distanze di focalizzazione calcolate D_c e gli intervalli Δh per i quali si ha una focalizzazione in un intervallo $\frac{\Delta D_c}{D_c}$ pari al 5%.

Tabella 2

b	h_c	δ_c	$(d\delta/dh)_c$	D_c	$\Delta h = \eta$
10^{-7}	1,13	$3,512 \cdot 10^{-7}$	$1,865 \cdot 10^{-6}$	$5,36 \cdot 10^5$	0,08
$5 \cdot 10^{-7}$	1,13	$1,756 \cdot 10^{-6}$	$9,320 \cdot 10^{-6}$	$1,07 \cdot 10^4$	0,08
10^{-6}	1,13	$3,512 \cdot 10^{-6}$	$1,865 \cdot 10^{-5}$	$5,36 \cdot 10^4$	0,08
$5 \cdot 10^{-6}$	1,13	$1,756 \cdot 10^{-5}$	$9,320 \cdot 10^{-5}$	$1,07 \cdot 10^4$	0,08
10^{-5}	1,13	$3,512 \cdot 10^{-5}$	$1,865 \cdot 10^{-4}$	$5,36 \cdot 10^3$	0,08

Gli andamenti di δ_c , D_c ed R' sono approssimati abbastanza bene dalle seguenti funzioni:

$$\begin{aligned}\delta_c &= 3,51b \\ D_c &= \frac{5,36 \cdot 10^{-2}}{b} \\ R' &= 1,31\end{aligned}$$

È necessario tener presente che mentre la focalizzazione può presentare valori anche elevati, le deviazioni sono relativamente piccole. Questo significa che:

1) le strisce luminose hanno praticamente la stessa dimensione dello strato avente l'indice di rifrazione medio a ;

2) i raggi provenienti da bolle uguali si focalizzano ad una stessa distanza; quindi sullo schermo si possono osservare solo le concentrazioni di luce provenienti dalle bolle che si trovano ad una ben determinata distanza dallo schermo stesso. Questa è la ragione per la quale la struttura cellulare non viene cancellata dalla sovrapposizione di queste concentrazioni dovute alle bolle che inevitabilmente si trovano sul percorso della luce.

Infatti sullo schermo si possono vedere solo gli effetti delle discontinuità poste ad una certa distanza D e non le più vicine né le più lontane, come se esistesse solo uno strato perturbatore alla distanza D .

Si potrebbe però pensare che i successivi passaggi attraverso le molte discontinuità, attraversate da un generico raggio di luce prima di arrivare sullo schermo, possano cancellare con le successive deviazioni ogni traccia di struttura cellulare. Ma, come vedremo tra poco, questo effetto è abbastanza piccolo. Infatti di tutto il fascio di luce attraversante una generica bolla interessa solo il piccolo strato compreso tra le altezze h_1 e h_2 (fig. 6), in quanto solo questo andrà a focalizzarsi sullo schermo. Orbene, nel suo cammino questa sezione potrà incontrare

una generica bolla in una di queste due posizioni (vedi figg. 7 e 8); cioè se s è la distanza lungo la normale al fascio tra il centro del fascio e quello della bolla ed η lo spessore Δh del fascio e della bolla, si potrà avere

$$0 \quad \eta \leq s < 2 \quad \text{fig. 7}$$

$$0 \quad s \leq \eta \quad \text{fig. 8.}$$

Se s è minore di η ciò significa che fascio e strato convergente della bolla sono praticamente sovrapposti. È ovvio che tutte le lunghezze sono normalizzate al raggio dello strato per il quale l'indice assume il suo valore medio; il valore 2 che appare nella prima disuguaglianza rappresenta il raggio della bolla, in quanto la differenza $n(\infty) - n(2)$ è praticamente nulla: si ha infatti dalla [1] per $\nu = 4$

$$n(\infty) - n(2) = 2,4 \cdot 10^{-5} b.$$

Nel primo caso (fig. 7) la maggior parte del fascio incide sulla bolla in zone dove la conseguente deviazione è praticamente costante

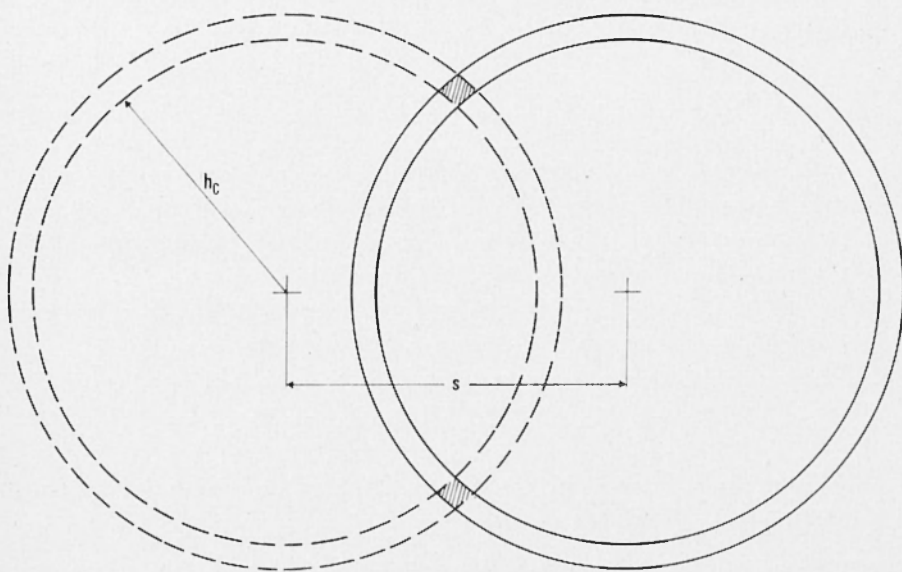


Fig. 7

per tutta la sezione del fascio (rappresentata a tratti nel disegno) ed una piccola parte inciderà sulla zona di ampiezza Δh (v. tab. 2) dove la focalizzazione molto forte porta ad una dispersione del fascio. La prima

non darà luogo che a delle deviazioni pressoché uguali per tutta la sezione del fascio che in totale tenderanno a compensarsi producendo sullo schermo delle fluttuazioni della forma della pseudoimmagine, del resto ben avvertibili nelle nostre osservazioni. La seconda invece tenderà a disperdere il fascio e quindi a distruggere completamente la forma di questa pseudoimmagine e di conseguenza a cancellare ogni traccia di struttura cellulare.

Cerchiamo di valutare ora questo effetto: si consideri l'atmosfera riempita di bolle sferiche con i centri posti a distanza d ; la probabilità che ci sia una qualsiasi sovrapposizione di due bolle di raggio $r=2$ sarà:

$$p_1 = \frac{\pi(4)^2}{\pi d^2} = \frac{16}{d^2}.$$

Ora per ogni bolla incontrata in questa condizione (v. fig. 7) solo una porzione 2η della sezione del fascio viene completamente deviata e quindi, affinché non ci sia più traccia della struttura cellulare, occorrerà che tutte le porzioni della sezione del fascio incontrino una bolla; poiché ad ogni incontro viene eliminata un'area $2\eta^2$, occorreranno N incontri per poterla eliminare tutta, dove N è dato da

$$N = \frac{2\pi h_c \eta}{2\eta^2} = \pi \frac{h_c}{\eta}$$

Ma non tutti gli incontri saranno utili alla cancellazione effettiva; infatti se pensiamo di suddividere la sezione del fascio in N parti, la probabilità che al primo incontro sia cancellata un'area $2\eta^2$ è 1, cioè la certezza; per un secondo incontro la probabilità diventa $(N-1)/N$ per un terzo $(N-2)/N$ e così via. Quindi la probabilità che tutte le porzioni della sezione siano cancellate sarà data da

$$p_2 = \frac{N!}{N^N}$$

e, nell'ipotesi che N sia sufficientemente grande, si può usare la formula approssimata di Sterling, ottenendo

$$p_2 = e^{-N} \sqrt{2\pi N}.$$

Per la cancellazione totale occorreranno quindi N_e incontri effettivi dati da

$$N_e = \frac{N}{p_1 p_2} = \left(\frac{d}{4}\right)^2 \sqrt{\frac{h_c}{2\eta}} e^{\pi \frac{h_c}{\eta}}$$

ed il fascio di luce dovrà percorrere un tratto L dato da

$$L = N_e d = \frac{d^3}{16} \sqrt{\frac{h_c}{2\eta}} e^{\pi \frac{h_c}{\eta}}.$$

Si tratta quindi di un percorso enorme: infatti basta porre per esempio $d = 4$ (bolle a contatto), $h_c = 1,13$, $\eta = 0,08$, ponendo l'unità di normalizzazione $r=1=10$ cm, per trovare

$$L = 1,03 \cdot 10^{14} \text{ km.}$$

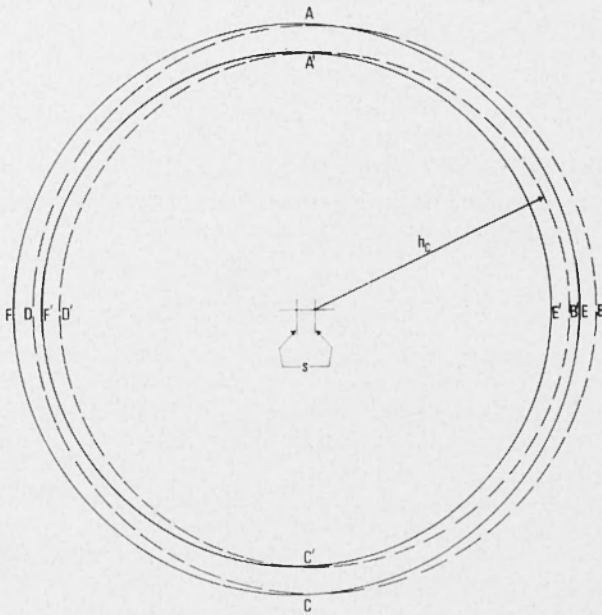


Fig. 8

Passiamo ora al caso di fig. 8; sia $ABCD$ il contorno esterno del fascio di luce e $A'B'C'D'A'$ quello interno. Siano inoltre $AECFA$ e $A'E'C'F'A'$ i contorni della zona, nel disegno tratteggiata, compresa tra h_1 e h_2 della generica bolla incontrata dal fascio. Nella ipotesi ammessa solo la porzione compresa tra $AECDA$ e $A'B'C'F'A'$ sarà deviata completamente. L'area restante è formata dalle due lunule $ABCEA$ e $A'D'C'F'A'$, le cui superfici sono date da $\frac{\pi}{2} h_c s$ e $\frac{\pi}{2} (h_c - \eta) s$. Quindi

di tutto il fascio rimane inalterata solo l'area

$$\frac{\pi}{2} (2h_c - \eta)s$$

e poiché l'area della sezione del fascio è $2\pi h_c \eta$, ciò significa che la sezione del fascio utile alla formazione della pseudoimmagine sullo schermo è ridotta ad una frazione μ , data da

$$\mu = \frac{2h_c - \eta}{4h_c} \cdot \frac{s}{\eta} \simeq \frac{s}{2\eta}$$

La probabilità che il fascio sia ridotto ad una frazione minore o tutt'al più uguale a μ è allora data da

$$p_3 = \frac{\pi s^2}{\pi d^2} = \left(\frac{2\eta}{d}\right)^2 \cdot \mu^2$$

in quanto solo se i centri si trovano ad una distanza minore di s la sezione del fascio viene ridotta alla frazione μ . Pertanto il fascio dovrà percorrere un tratto

$$L = \frac{d}{p_1 p_3} = \frac{d^5}{64\eta^2} \frac{1}{\mu^2}$$

e nel nostro esempio

$$L = \frac{250}{\mu^2} \text{ m.}$$

Se poniamo come limite di visibilità della struttura $\mu = 0,1$, avremo

$$L = 25 \text{ km}$$

cioè il fascio dovrebbe percorrere venticinque chilometri per potersi ridurre ad $1/10$ e quindi per poter perdere la sua primitiva struttura.

Pertanto, poiché dalle nostre osservazioni si è visto che le distanze di focalizzazione sono dell'ordine di uno-due chilometri, si può arguire che a queste distanze la focalizzazione non viene praticamente perturbata dai successivi passaggi attraverso le bolle.

Da tutte queste considerazioni si può concludere che sia accettabile l'ipotesi di lavoro di partenza, cioè l'ipotesi di una turbolenza a struttura cellulare. Se si ammette questo modello, il metodo da noi usato può essere ritenuto adatto per una valutazione della turbolenza: infatti

dalle dimensioni delle cellule osservate sullo schermo è possibile ricavare le dimensioni reali delle bolle, mentre dalla distanza minima alla quale sono visibili le cellule stesse si può ricavare b , valore legato alla disomogeneità ottica presentata dalla bolla; infatti si ha $\Delta n = 2b$.

Siamo lieti di aver l'occasione di ringraziare il Dott. F. Pellegrini del Servizio Meteorologico dell'Aeronautica per la partecipazione al progetto nella sua prima fase ed il Sig. Antonino Sorce del Centro di Calcolo dell'Università di Roma per l'assistenza durante l'elaborazione dei calcoli.

BIBLIOGRAFIA

- (1) Tra i vari lavori sperimentali si citano:
BURLAMACCHI P., CONSORTINI A., RONCHI L., 1967. - *Applied Optics*, **6**, p. 1273.
BERTOLOTTI M., CARNEVALE M., MUZZI L., SETTE D., 1968. - *Applied Optics*, **7**, p. 2246.
BOURICIUS G. M. B., CLIFFORD S. F., 1970. - « J.O.S.A. », **60**, p. 1484.
BERTOLOTTI M., MUZZI L., SETTE D., 1970. - « J.O.S.A. », **60**, p. 1603.
- (2) Tra i vari lavori sperimentali si citano:
BECKMANN P., 1965. - *Radio Science*, **69 D**, p. 629.
BURLAMACCHI P., CONSORTINI A., 1967. - « Optical Acta », **14**, p. 7.
FRIED D. L., MEYERS G. E., KEISTER JR, M.P., 1967. - « J.O.S.A. », **57**, p. 787.
- (3) Tra i vari lavori teorici si citano:
TATARSKI V. I., 1961. - *Wave propagation in a turbulent medium*, McGraw-Hill, New York.
CONSORTINI A., RONCHI L., 1972. - *Applied Optics*, **11**, p. 1205.
- (4) SUTTON O. G., 1953. - *Micrometeorology*, McGraw-Hill, New York.
SCORER R. S., LUDLAM F. II., 1953. - « J. Roy. Met. Soc. », **79**, p. 94.
FEA G., 1962. - Proc. of the Symposium on solar seeing. C.N.R., Roma, p. 111.
Symposium N. 19 de l'Union Astronomique Internationale, 1963. - « Bull. Astron. de l'Observ. de Paris », **XXIV**, fasc. 2 e 3.
- (5) BOUASSE II., 1926. - *Optique Géométrique Supérieure*, Delagrave, Paris.