

# Proposta per una classificazione dei dati sperimentali in sismologia

*Classi di attendibilità A, B, C, D in funzione di « $\delta A$ » e di « $\delta t$ ».*

*(A purpose for a classification of experimental data in Seismology.  
Classes of reliability A, B, C, D as a function of  $\delta A$  and  $\delta t$ ).*

L. MARCELLI — G. PANNOCCHIA

Ricevuto il 15 Ottobre 1974

RIASSUNTO. — I Centri Internazionali che elaborano i dati di tutti gli Osservatori sismologici allo scopo di determinare i parametri fondamentali degli eventi sismici, forniscono generalmente questi parametri con i corrispondenti errori calcolati.

Nel presente lavoro, dopo alcuni rilievi di carattere generale, è stata messa in evidenza l'opportunità di dare un aspetto significativo alle conseguenze che hanno gli inevitabili errori dovuti al rilevamento sperimentale dei dati di osservazione.

In particolare è stata richiamata l'attenzione:

I) sul fatto che l'interpretazione diretta di un sismogramma non fornisce una distanza  $A$  sufficientemente precisa;

II) sull'importanza che hanno gli errori  $\pm \delta H$  corrispondenti ai tempi origine e le conseguenze che ne derivano, specialmente per valori elevati di  $|\delta H|$ ;

III) sul significato e l'importanza che hanno gli errori corrispondenti alle coordinate epicentrali ed alla profondità ipocentrale;

IV) sul significato e l'importanza che hanno i residui  $(O - C) =$  (tempi osservati — tempi calcolati) relativi ai  $t_p$  di ciascuna stazione ( $t_p =$  tempi di tragitto delle onde longitudinali).

Tenendo presenti questi punti viene proposta una classificazione di carattere analitico e di uso pratico (Fig. 2) in 4 classi di attendibilità A, B, C, D (rappresentate da equazioni di secondo grado che legano tra loro le distanze epicentrali  $A$  e i relativi errori  $\delta A$ ); questa classificazione tiene conto anche delle incidenze che hanno gli errori di tempo — ovunque essi si presentino ( $H, t_p, (O - C)$ ) — mediante la Fig. 3 sulle valutazioni

delle  $\Delta$ , e consente di assegnare gli elementi rilevati in una data stazione  $S$ , per un qualsiasi evento sismico, ad una delle quattro classi.

Le curve di equazioni A, B, C, rappresentano le linee di separazione tra una classe di attendibilità e la successiva: la serie di grafici di Fig. 3 mostra l'incidenza che hanno le variazioni di tempo  $\pm \delta t$  sulle distanze  $\Delta$ .

Allo scopo infine di interpretare probabilisticamente i risultati proposti, è stata calcolata una « *curva di precisione* » (dedotta dalla teoria di Gauss) nella quale le classificazioni suggerite acquistano un più chiaro significato (Fig. 4); in quest'ultima parte si fa uso della distribuzione normale normalizzata e si danno le probabilità che hanno gli errori di interpretazione di fare appartenere i dati sperimentali alle varie classi di attendibilità A, B, C, D (Fig. 5).

SUMMARY. — The International Centres that compute the data of all seismological Observatories in order to determine the basic parameters of seismic events, usually supply these parameters with corresponding calculated errors. In this work, in addition to some generally treated remarks, the Authors have pointed out the significant consequences of unavoidable errors in the experimental investigation of the observed data.

The attention has been particularly called:

- 1) on the fact that by direct reading of a seismogram, the distance  $\Delta$  cannot be exact estimated enough;
- 2) on the importance of the  $\pm \delta H$  errors in the origin time evaluation, and the resulting consequences especially for high values of  $|\delta H|$ ;
- 3) on the meaning and the importance of the errors concerning the epicentral co-ordinates and the hypocentral depth;
- 4) on the meaning and the importance of the residuals  $(O - C) =$  (observed times — computed times) of  $t_P$  for each station ( $t_P =$  travel-times of longitudinal waves).

According to the above-mentioned points, an analytical and practical classification into four classes of reliability A, B, C, D is suggested (A, B, C, D are represented by quadratic equations connecting the  $\Delta$  epicentral distances with the respective errors  $\delta \Delta$ ), see Figure 2.

Moreover this classification takes into consideration the effect of the time errors — wherever they may occur ( $H, t_P, (O - C)$ ) — on the evaluation of the  $\Delta$ , allowing the data recorded at a given station  $S$ , for any seismic event, to one of the four classes. The A, B, C equations curves represent the separation-line between every reliability's class and the next; the set of graphs in Figure 3 show the effect of the time variations  $\pm \delta t$  on the distances.

Finally in order to interpret the suggested results, from a probabilistic view point, a « *precision curve* » has been calculated (from the Gauss' theory) in which the suggested classifications get a clearer meaning (Figure 4); by means of the normalized normal distribution, the probability that the experimental data belong to the different classes of reliability A, B, C, D has been calculated (Fig. 5).

I - PREMESSE - CONSIDERAZIONI DI CARATTERE GENERALE.

Nel presente lavoro ci proponiamo di richiamare l'attenzione su alcune incertezze relative ai dati riportati nei « Bollettini » dei Centri Internazionali Sismologici che raccolgono gli elaborati della rete sismica mondiale: ci proponiamo altresì di suggerire un metodo pratico che consenta di valutare, con una buona accuratezza, le conseguenze degli errori indicati dai bollettini stessi.

Premettiamo che siamo stati indotti a ciò dalle difficoltà che abbiamo incontrato nel corso di una ricerca, condotta allo scopo di vagliare l'attendibilità delle curve  $t_{P_n}$  da noi calcolate per i terremoti della Sicilia occidentale. Poiché ci siamo resi conto che l'argomento offre un interesse di carattere generale abbiamo voluto approfondirlo.

Quando ci si propone di servirsi dei dati elaborati dai vari Centri Internazionali Sismologici, è necessario porre una grande attenzione a tutti gli elementi di incertezza che accompagnano tali dati poiché le conseguenze che ne possono derivare sono di notevole importanza, e sono proprio queste conseguenze che intendiamo puntualizzare.

I *principali motivi di incertezza* possono essere riassunti dal seguente schema:

1) *coordinate ipocentrali* ( $\varphi_0, \lambda_0, h_0$ ): queste grandezze sono generalmente accompagnate dai corrispondenti errori  $\pm \delta\varphi_0, \pm \delta\lambda_0, \pm \delta h_0$ .

2) *tempo origine H* (anche esso accompagnato da un errore  $\pm \delta H$ ).

3) *residui* (O — C) che rappresentano per ciascuna stazione di osservazione la differenza tra i tempi osservati e i tempi calcolati. A questo proposito si può notare che per il calcolo dei parametri ipocentrali i Centri Internazionali di Sismologia si servono ovviamente dei dati che vengono loro trasmessi dai vari Osservatori, ma i limiti di tolleranza che essi accettano sono talvolta troppo ampi; talché i valori di alcuni (O — C) non possono rientrare nei normali errori di osservazione: un (O — C) = 50 o 60 secondi significa certamente aver chiamato *P* un'onda diversa, e anche se questi casi non sono numerosi, quanto essi incidono sulle valutazioni delle altre grandezze ipocentrali? Gli elementi che più ne risentono sono, a nostro avviso, i tempi origine e le profondità ipocentrali. Nel loro insieme gli errori di cui ai punti 1 e 2 e l'esame degli (O — C) sintetizzati dal valore dell'errore standard, danno essi stessi una indicazione della bontà dei dati usati, ma ai primi tre punti riteniamo aggiungere le seguenti osservazioni:

4) quando le stazioni utilizzate per i calcoli dei dati ipocentrali sono scarse, oppure mal distribuite azimuthalmente intorno all'epicentro, oppure coprono in maniera molto discontinua l'intera gamma delle distanze epicentrali, i risultati dei calcoli in che misura sono attendibili? e quanto incide la scelta delle stazioni usate? Citiamo come esempio alcuni terremoti per i quali sono evidenti le incertezze indicate (i terremoti sono riportati nel « Bulletin of the International Seismological Centre » ISC):

9 ottobre 1970 / Epicentro nel Mar Mediterraneo

|         |  |
|---------|--|
| ISC (*) | $\left\{ \begin{array}{l} \varphi_o = 34^{\circ},77 \pm 0,061 \text{ N}; \lambda_o = 13^{\circ},71 \pm 0,058 \text{ E} \\ H = 07^{\text{h}}33^{\text{m}}37^{\text{s}} \pm 3^{\text{s}},9 \\ h = 8 \pm 25 \text{ km} \\ \text{errore standard} = 2^{\text{s}},78 \text{ (su 78 osservazioni);} \end{array} \right.$ |
| USCGS   | $\left\{ \begin{array}{l} \varphi_o = 35^{\circ},0 \text{ N}; \lambda_o = 13^{\circ},7 \text{ E} \\ H = 07^{\text{h}}33^{\text{m}}39^{\text{s}},2 \\ h = 33 \text{ km} \\ \text{errore standard} = 1^{\text{s}},4 \text{ (su 21 osservazioni)} \end{array} \right.$  |

Per questo terremoto le stazioni che nel bollettino dell'ISC hanno  $(O - C) \geq 3^{\text{s}},0$  sono il 31% e due di esse hanno residui pari a  $+ 27^{\text{s}},6$  e  $+ 63^{\text{s}},2$  rispettivamente. Si noti inoltre che l'USCGS ha calcolato un errore standard che è la metà di quello dell'ISC.

19 dicembre 1970 / Epicentro in Jugoslavia

|      |  |
|------|--|
| ISC  | $\left\{ \begin{array}{l} \varphi_o = 46^{\circ},37 \pm 0,031 \text{ N}; \lambda_o = 16^{\circ},52 \pm 0,039 \text{ E} \\ H = 02^{\text{h}}59^{\text{m}}57^{\text{s}},3 \pm 0^{\text{s}},32 \\ h = 16 \text{ km} \\ \text{errore standard} = 1^{\text{s}},10 \text{ (su 30 osservazioni)} \end{array} \right.$ |
| BCIS | $\left\{ \begin{array}{l} \varphi_o = 46^{\circ},5 \text{ N}; \lambda_o = 16^{\circ},5 \text{ E} \\ H = 02^{\text{h}}59^{\text{m}}59^{\text{s}} \end{array} \right.$   |

Per questo terremoto ci sembra opportuno evidenziare che le stazioni utilizzate dall'ISC per i calcoli sono distribuite con continuità rispetto alle distanze solo fino a  $A = 7^{\circ},12$  (stazione di Haudompre); da questa si passa a  $A = 7^{\circ},60$  di Lasa Centre.

(\*) ISC International Seismological Centre  
 USCGS U. S. Coast and Geodetic Survey  
 BCIS Bureau Central International de Séismologie  
 MOS Moscow.

3 gennaio 1972 / Epicentro nelle Isole Rat

$$\begin{array}{l}
 \text{ISC} \quad \left\{ \begin{array}{l} \varphi_0 = 51^{\circ},07 \pm 0,039 \text{ N}; \lambda_0 = 178^{\circ},92 \pm 0,033 \text{ E} \\ H = 17^{\text{h}}31^{\text{m}}29^{\text{s}},1 \pm 0^{\text{s}},45 \\ h = 42 \pm 3,3 \text{ km} \end{array} \right. \\
 \text{MOS} \quad \left\{ \begin{array}{l} \varphi_0 = 52^{\circ},1 \text{ N}; \lambda_0 = 177^{\circ},5 \text{ E} \\ H = 17^{\text{h}}31^{\text{m}}37^{\text{s}} \end{array} \right.
 \end{array}$$

È evidente la notevole diversità dei dati, forniti entrambi da fonti attendibili.

Pur riconoscendo la grande difficoltà che si incontrerebbe qualora si volessero ovviare tutti gli inconvenienti esposti, e pur dando credito all'attendibilità che deriva dall'operazione di mediare su un numero di dati abbastanza grande, riteniamo che una analisi più dettagliata non possa ignorare le incertezze che derivano dalle osservazioni esposte.

Come si è visto, gli errori che accompagnano i dati di  $\varphi_0$ ,  $\lambda_0$ ,  $H$ ,  $h$  e l'errore standard danno già una valutazione sulla bontà dei dati, per quanto non si possano ignorare alcune discordanze spesso presenti in elementi che si riferiscono allo stesso evento (vedi, p. es. gli errori standard forniti dall'ISC e dall'USCGS per il terremoto del 9 ottobre '70 sopra citato).

In questa nota ci proponiamo di cercare un modo che consenta di esprimere in forma analitica i risultati delle precedenti osservazioni così da poter valutare in maniera più rigorosa le conseguenze derivanti dagli errori di partenza.

## 2 - SUGLI ERRORI DI INTERPRETAZIONE.

Chi si occupa di sismologia sa che dalla lettura dei sismogrammi e dalla interpretazione che se ne può trarre per la determinazione delle  $\Delta$  (e, quando possibile, delle profondità ipocentrali e degli azimut), difficilmente ci si può attendere una valutazione di questi elementi pari a quella che si ottiene dai calcoli una volta nota la posizione dell'ipocentro. Ciò è dovuto oltre che agli inevitabili errori accidentali di osservazione (lettura, scorrimento, correzione del tempo, chiarezza della registrazione, difficoltà di leggere il primo impulso specialmente quando si tratta di una « emersio » anziché di un « impetus » o quando la registrazione è disturbata dall'agitazione microsismica etc...) anche dalla scelta delle dromocrone usate le quali,

specie per  $\Delta$  contenute entro i primi 20° dall'epicentro, differiscono da quelle generalmente in uso (Jeffreys-Bullen, o Herrin etc...). Entro tali distanze giocano un ruolo importante sia la struttura geologica della crosta sia le eventuali inomogeneità laterali. A questo si aggiunga la generale difficoltà di individuare l'onda  $pP$ , necessaria per stabilire la profondità ipocentrale  $h$  dalla interpretazione, e la conseguente probabilità di adoperare una curva inadatta alla profondità reale del sisma.

Tutto questo concorre a dar luogo ad un errore  $\delta\Delta$  di interpretazione per le  $\Delta$ , per cui è sempre

$$\delta\Delta = (\Delta \text{ calcolato} - \Delta \text{ interpretato}) \neq 0$$

Qual è il valore  $\delta\Delta$  che si può accettare per ritenere come buona la  $\Delta$  determinata dall'interpretazione? a che cosa è legato? Ci è sembrato ovvio che tale grandezza sia anche e principalmente legata alla distanza epicentrale; ma non ci si può aspettare che l'errore relativo  $\delta\Delta/\Delta$  sia lo stesso per tutte le distanze, poiché per le  $\Delta$  più piccole gioca un ruolo molto importante la dimensione dell'« ellissoide di confidenza » calcolato intorno all'ipocentro. Chiariremo tra breve tale concetto (n. 4). Qui a titolo di esempio diremo solo che se per una  $\Delta = 5000$  km si può accettare un  $\delta\Delta = \pm 40$  km, l'errore accettabile per una  $\Delta = 200$  km dovrebbe invece essere contenuto almeno entro 10 km.

### 3 - SUGLI ERRORI CALCOLATI, CON PARTICOLARE RIFERIMENTO AI DATI IPOCENTRALI.

Ci riferiamo, in questo paragrafo, a quello che nel n. 1 abbiamo indicato come il primo tra i principali motivi di incertezza: le coordinate ipocentrali. Esse, pur rappresentando il risultato di una elaborazione di dati, diventano causa di incertezza quando si vogliono utilizzare per ricerche successive. Infatti i calcoli comunque eseguiti per la loro determinazione conducono alla individuazione di un punto che è fissato, nel globo terrestre, dalle tre coordinate  $\varphi_0$ ,  $\lambda_0$ ,  $h_0$ . In realtà una tale astrazione è piuttosto arbitraria, anche se risulta indispensabile ai fini di una qualsiasi ricerca che voglia sfruttare certi modelli matematici come strumento di elaborazione. È difficile immaginare la realtà di una rottura di strati della crosta terrestre, o di zone più profonde, ridotta ad un punto. Converrebbe piuttosto par-



lare di « *area epicentrale* » anziché di « *epicentro* » e di « *volume ipocentrale* » anziché di « *ipocentro* ».

Queste considerazioni vengono in chiara luce quando si osservano gli errori che accompagnano i valori dei dati ipocentrali:  $\varphi_o \pm \delta\varphi_o$ ;  $\lambda_o \pm \delta\lambda_o$ ;  $h_o \pm \delta h_o$ .

Ciascuno dei tre errori contribuisce a definire una « zona di confidenza » (\*) allargando lo spazio sia intorno all'epicentro (entro una area ellittica) sia intorno all'ipocentro (entro un volume ellissoidico). Questi spazi risultano analiticamente più estesi quando i dati di osservazione sono pochi (in tal caso gli errori  $\delta\varphi_o$ ,  $\delta\lambda_o$ ,  $\delta h_o$ , sono maggiori); si restringono ovviamente con l'aumentare dei dati di osservazione poiché diminuiscono i valori numerici degli errori. Però a questo punto sorge spontanea la domanda: non è tutto ciò un artificio matematico?

I dati di osservazione disponibili aumentano con l'aumentare della magnitudo del sisma, ma è altresì presumibile che la « zona ipocentrale » di un terremoto di forte intensità sia più vasta di quella di un sisma debole. Ma poiché certi strumenti di calcolo recentemente entrati nell'uso (\*\*) consentono agevolmente di rendere piccole a piacere le correzioni da apportare, l'ipocentro, per successive approssimazioni si può ridurre ad un punto, discutibile nella sua realtà fisica.

In ogni caso, per piccoli che siano gli errori calcolati essi, ripetiamo, definiscono uno spazio intorno all'epi/ipocentro: conseguentemente le distanze calcolate epicentro-stazione comportano un errore probabile tanto più sensibile quanto più vicine all'epicentro sono le stazioni di osservazione.

#### 4 - INCIDENZA DEGLI ERRORI $\delta\varphi_o$ , $\delta\lambda_o$ , $\delta h_o$ , SULLE DISTANZE EPICENTRALI $A \leq 2000$ km.

Per poter valutare mediamente questo errore abbiamo condotto una ricerca su numerosi terremoti (un « campione » di 200 eventi) scelti a caso dai bollettini dell'ISC, relativamente agli anni 1969 e

---

(\*) Intendiamo per « zona di confidenza » il concetto equivalente all'« intervallo di confidenza » che negli studi statistici viene dato quando stimato il valore di un certo parametro si stima anche l'intervallo entro cui il parametro stesso viene a trovarsi con una certa probabilità.

(\*\*) Ci riferiamo all'uso dei calcolatori elettronici.

1972; in questi anni per i calcoli degli ipocentri si poteva già ricorrere agli elaboratori elettronici.

Per ciascuno dei 200 terremoti esaminati abbiamo calcolato i valori  $r_1 = \sqrt{\delta\varphi_o^2 + \delta\lambda_o^2}$  ed  $r_2 = \sqrt{\delta\varphi_o^2 + \delta\lambda_o^2 + \delta h_o^2}$  (con  $\delta\varphi_o$ ,  $\delta\lambda_o$ ,  $\delta h_o$  espressi in km) da cui successivamente abbiamo ottenuto i valori medi  $\bar{r}_1 = 10,3$  km di un « intorno circolare epicentrale »,  $\bar{r}_2 = 13,1$  km di un « intorno sferico ipocentrale »; pertanto si può immaginare l'epicentro come contenuto entro una certa area epicentrale di raggio  $\bar{r}_1$  il che, ovviamente, incide nelle valutazioni delle distanze. (Ci limitiamo a considerare le sole distanze « epicentrali » che sono quelle che hanno un interesse più generale).

Il grafico di Fig. 1 indica l'andamento di tale incidenza e dimostra chiaramente come e quanto i soli errori (calcolati) dei dati ipocentrali

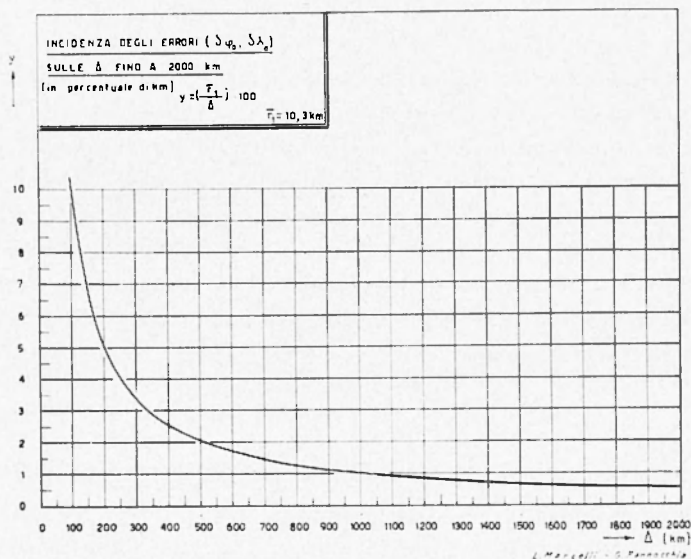


Fig. 1

influenzino le valutazioni delle misure: anche se tale incidenza diminuisce asintoticamente con la distanza epicentrale restano vive tutte le altre fonti di incertezza che abbiamo esaminato, ed è per tutti questi motivi che abbiamo ritenuto utile suggerire un tipo di classificazione che consenta di dare un aspetto significativo ed uniforme ai concetti fin qui esposti.



5 - SULLE CLASSI DI ATTENDIBILITÀ E CURVE DI DELIMITAZIONE.

La classificazione che proponiamo servirà, oltre che a dare una stima dell'attendibilità delle dromocrone che vengono usate, anche a valutare le conseguenze degli errori calcolati per il tempo origine  $H$ , e a dare un significato ai residui ( $O - C$ ).

Sarà una classificazione basata prevalentemente sulla dipendenza dei  $\delta A = (A_{\text{calcolate}} - A_{\text{osservate}})$  dalle  $A$ , e poiché le  $A$  osservate sono a loro volta una funzione di tutti gli elementi di incertezza esaminati (dromocrone di interpretazione, azimut ed eventuali inomogeneità laterali, epicentro, profondità ipocentrale, tempo origine, errori di osservazione etc...), tale classificazione riassumerà tutte le incertezze accennate.

Per trovare quindi una relazione del tipo  $\delta A = f(A)$ , ci siamo riferiti, per le varie distanze, ad un certo numero di terremoti e di stazioni di osservazione; riportate in grafico le  $A$  calcolate e i corrispondenti  $|\delta A|$ , questi ultimi sono stati suddivisi in tre allineamenti principali per i quali abbiamo calcolato, con il metodo dei minimi quadrati, le tre curve A, B, C con il criterio di contenere entro « A » tutti gli errori più piccoli (quelli del primo gruppo) (valutabili in percentuali di km), in « B » tutti gli errori medi (quelli del II gruppo) ancora accettabili, e in « C » quelli del III gruppo la cui attendibilità è discutibile.

Se ci si riferisce ad una curva gaussiana, quanto sopra equivale a considerarne varie porzioni caratterizzate da differenti probabilità. È quanto vedremo nel n. 7.

Per la classificazione condotta con questo criterio, i risultati sono espressi mediante le forme analitiche seguenti che servono a distinguere le varie classi (notiamo che tali curve hanno un carattere essenzialmente sperimentale):

*Classe A:* nella interpretazione delle  $A$  si ritiene come buona (di classe A) quella interpretazione il cui errore  $|\delta A|$  si mantiene entro i limiti imposti dalla seguente curva del 2° ordine: (calcolata su 25 coppie di valori  $A, \delta A$ )

$$A) \quad |\delta A_A| = 0,053896 + 0,006400 A + 0,000011 A^2$$

(ove  $A$  è espresso in gradi). Se indichiamo genericamente con  $\epsilon$ , l'errore relativo medio  $\delta A/A$ , possiamo dire che con la delimitazione im-

posta dalla curva « A » l'errore medio consentito per  $\Delta > 2000$  km non supera lo 0,821%. L'intervallo di confidenza ( $\delta_1 + \delta_2$ ) entro cui può oscillare questo valore risulta  $|0,080|$  per cui l'errore relativo medio trovato è più precisamente

$$\varepsilon_A = 0,821 \pm 0,040$$

Per  $\Delta \leq 2000$  km valgono le considerazioni esposte al n. 4.

*Classe B:* a questa classe appartiene l'insieme dei  $\delta\Delta$  entro i limiti imposti dalla curva di equazione (calcolata su 27 coppie di valori  $\Delta$ ,  $\delta\Delta$ )

$$B) \quad |\delta\Delta_B| = 0,107790 + 0,008101 \Delta + 0,000033 \Delta^2$$

L'errore relativo medio  $\varepsilon_B$  consentito (per  $\Delta > 2000$  km) non supera l'1,243% con un « intervallo di confidenza » ( $\delta_1 + \delta_2$ ) = 0,112 per cui sarà

$$\varepsilon_B = 1,243 \pm 0,056$$

*Classe C:* a questa classe appartiene l'insieme dei  $\delta\Delta$  entro i limiti imposti dalla curva di equazione (calcolata su 22 coppie di valori  $\Delta$ ,  $\delta\Delta$ )

$$C) \quad |\delta\Delta_C| = 0,200260 + 0,011730 \Delta + 0,000011 \Delta^2$$

L'errore relativo medio  $\varepsilon_C$  consentito (per  $\Delta > 2000$  km) non supera l'1,750% con un « intervallo di confidenza » ( $\delta_1 + \delta_2$ ) = 0,414; per cui

$$\varepsilon_C = 1,750 \pm 0,207$$

Alla *classe D* appartengono tutti quei  $\delta\Delta$  che superano i limiti imposti dalla classe C e tali  $\delta\Delta$  sono da ritenere inaccettabili.

Per facilitare l'uso di queste equazioni (ove le  $\Delta$  sono espresse in gradi) abbiamo tracciato i grafici della Fig. 2 riportando in ascisse le  $\Delta$  e in ordinate i valori assoluti dei  $\delta\Delta$ ; per comodità di uso sia le  $\Delta$  che i relativi  $\delta\Delta$  sono espressi in km anziché in gradi.

#### 6 - INCIDENZA DEGLI ERRORI DI TEMPO $\delta t$ SULLA VALUTAZIONE DELLE $\Delta$ . CURVE DEGLI ERRORI $\delta t$ .

Come si è detto all'inizio, vi sono errori di tempo che sono evidenziati nella colonna dei residui (O — C), e altri che accompagnano

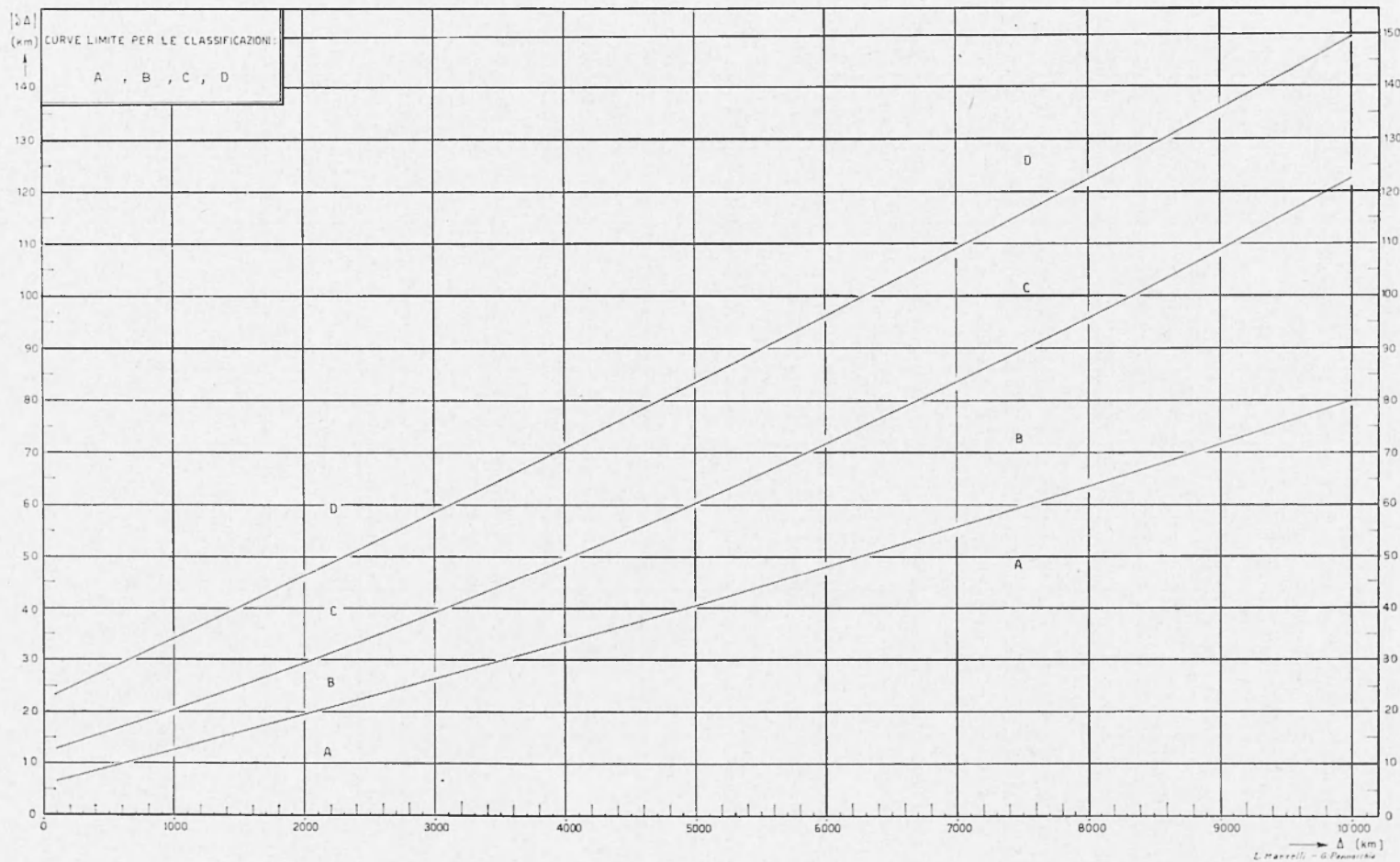
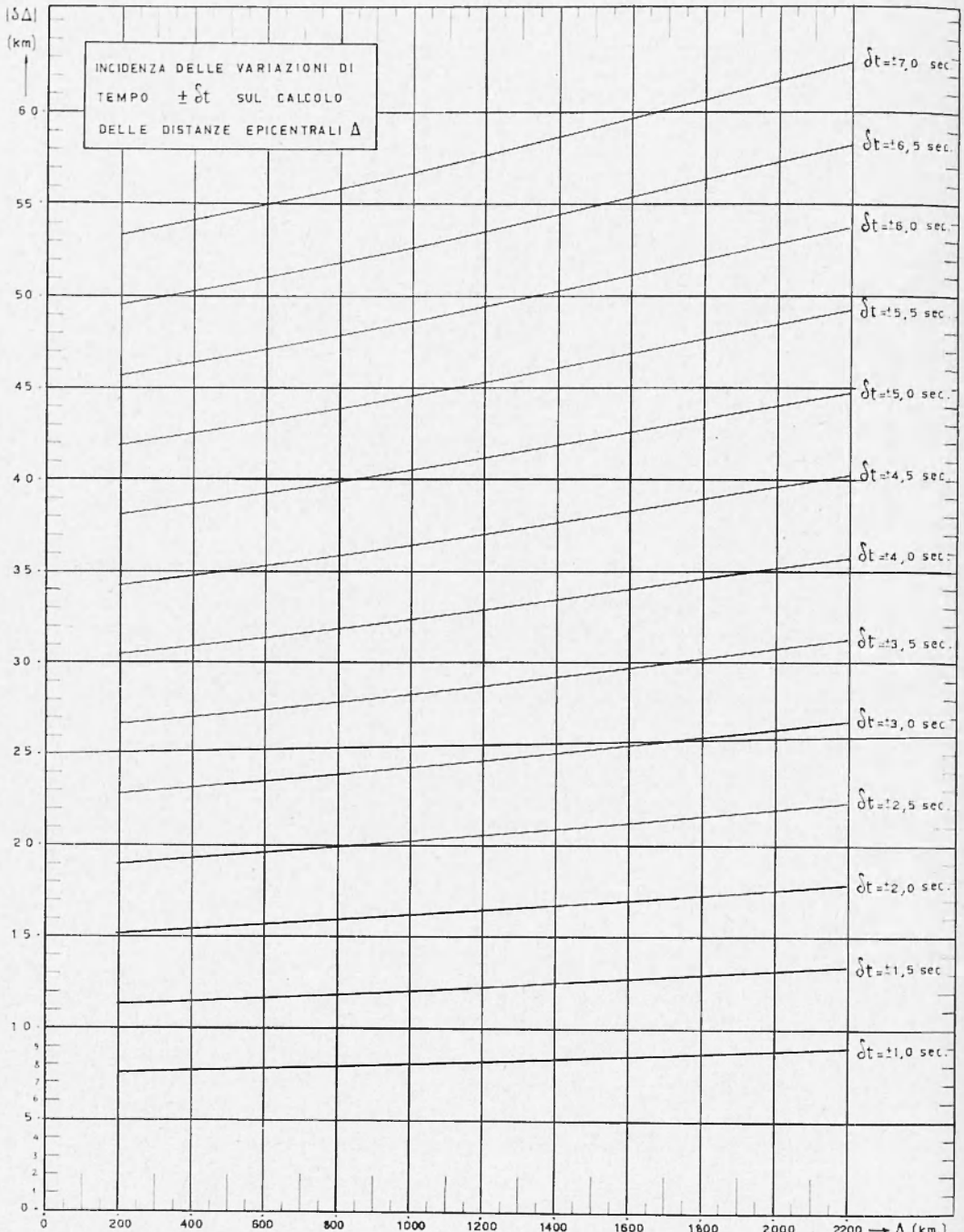


Fig. 2



L. Marcelli - G. Pannocchia

Fig. 3

i valori del tempo origine. Questi ultimi incidono più o meno sensibilmente qualora si voglia risalire dai tempi di tragitto ( $t_r - H$ ) alle distanze epicentrali. È importante ricercare la incidenza dei  $\delta t$  su tali valutazioni.

A tale scopo si possono utilizzare le dromocrone  $P$  che stabiliscono un legame analitico tra le due grandezze.

Nella serie di grafici della Fig. 3 riportiamo i risultati delle interpolazioni calcolate dalle curve di tragitto relative ad una profondità media di 35 km.

Per i primi 2200 km (= 20°) ci siamo serviti della curva  $P_n$  da noi determinata in occasione dei terremoti della Sicilia. Per distanze maggiori abbiamo calcolato la Tabella 1 servendoci delle dromocrone di Jeffreys-Bullen.

Dai grafici è possibile dedurre, per un dato valore di  $\Delta$  e per un certo errore di tempo  $\pm \delta t$ , il corrispondente  $|\delta \Delta|$ : quest'ultimo, tramite la Fig. 2, indica l'attendibilità del  $\Delta$  stesso.

L'esame simultaneo delle Figg. 2 e 3 consente quindi l'immediata classificazione dei dati di rilievo, giacché in esse sono riassunte praticamente tutte le incertezze di cui abbiamo parlato.

Riportiamo due soli esempi atti a chiarire l'utilità di servirsi della classificazione proposta.

Es. 1) Se una stazione  $S$  che dista dall'epicentro 1800 km ha un residuo  $(O - C) = |3^s|$ , ne consegue da Fig. 3 un  $\delta \Delta = \pm 26$  km: questo, trasferito nella Fig. 2 in corrispondenza di 1800 km fa cadere il  $\delta \Delta$  nella zona B.

Es. 2) L'errore di  $\pm 3^s,9$  relativo al tempo origine  $H$  del già citato terremoto (9-10-1970) comporta da Fig. 3 nell'intervallo 200-2200 km un errore  $\delta \Delta$  compreso fra + 30 km e  $\pm 36$  km; questo, ritrasferito in Fig. 2 a seconda della distanza della stazione, può collocarsi in zona differente e quindi far cambiare classificazione al dato di stazione.

#### 7 - INTERPRETAZIONE PROBABILISTICA DEI RISULTATI. CURVA DI PRECISIONE.

Da quanto abbiamo fin qui esposto riteniamo che risulti chiara la utilità di servirsi dello schema indicato, che è atto ad inquadrare in maniera soddisfacente i risultati dei dati di osservazione.

Tabella 1  
 $\delta A$  (km) IN FUNZIONE DI  $\Delta$  E DI  $\delta t$ .

| $\frac{\delta t \text{ in sec.}}{\Delta \text{ in km}}$ | 1,0   | 1,5   | 2,0   | 2,5   | 3,0   | 3,5   | 4,0   | 4,5    | 5,0    | 5,5    | 6,0    | 6,5    | 7,0    |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 2000  | 9,03  | 13,55 | 18,07 | 22,58 | 27,10 | 31,62 | 36,13 | 40,65  | 45,17  | 49,68  | 54,20  | 58,72  | 63,23  |
| 3000  | 12,21 | 18,32 | 24,42 | 30,53 | 36,63 | 42,74 | 48,84 | 54,95  | 61,05  | 67,16  | 73,26  | 79,37  | 85,47  |
| 4000  | 13,23 | 19,84 | 26,46 | 33,07 | 39,68 | 46,30 | 52,91 | 59,52  | 66,14  | 72,75  | 79,37  | 85,98  | 92,59  |
| 5000  | 13,89 | 20,83 | 27,78 | 34,72 | 41,67 | 48,61 | 55,56 | 62,50  | 69,44  | 76,39  | 83,33  | 90,28  | 97,22  |
| 6000  | 15,22 | 22,83 | 30,44 | 38,05 | 45,66 | 53,27 | 60,88 | 68,49  | 76,10  | 83,71  | 91,32  | 98,93  | 106,54 |
| 7000  | 17,09 | 25,64 | 34,19 | 42,74 | 51,28 | 59,83 | 68,38 | 76,92  | 85,47  | 94,02  | 102,56 | 111,11 | 119,66 |
| 8000  | 18,52 | 27,78 | 37,04 | 46,30 | 55,56 | 64,81 | 74,07 | 83,33  | 92,59  | 101,85 | 111,11 | 120,37 | 129,63 |
| 9000  | 21,37 | 32,05 | 42,74 | 53,42 | 64,10 | 74,79 | 85,47 | 96,15  | 106,84 | 117,52 | 128,21 | 138,89 | 149,57 |
| 10000   | 23,64 | 35,46 | 47,28 | 59,10 | 70,92 | 82,74 | 94,56 | 106,38 | 118,20 | 130,02 | 141,84 | 153,66 | 165,48 |



Le curve A, B, C, che delimitano aree di fiducia più o meno estese, trovano una loro giustificazione nella teoria degli errori.

Ricordiamo che dalla teoria di Gauss deriva che in una serie infinita di misure  $X_i$ , di valor medio «  $\mu$  » e deviazione standard «  $\sigma$  » la probabilità che una misura sia affetta da un dato errore accidentale  $x_i = X_i - \mu$  è data dall'espressione

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 x^2} \quad [1]$$

Il termine «  $h$  » vale

$$h = \frac{1}{\sigma \sqrt{2}} \quad [2]$$

e prende il nome di *precisione*.

La forma normalizzata della [1] si ottiene esprimendo ogni valore della variabile  $X$  in termini di scarto da  $\mu$ , (espresso in unità di  $\sigma$ ), mediante la trasformazione

$$u = \frac{X - \mu}{\sigma} \quad [3]$$

In tal modo l'espressione della Gaussiana diventa

$$\varphi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u^2/2} \quad [4]$$

(con valor medio = 0 e varianza = 1).

L'utilità pratica di servirsi della forma normalizzata [4] di una qualsiasi distribuzione normale, deriva dal fatto che di essa esistono prontuari di facile consultazione.

Per applicare questi concetti al nostro scopo, costruiamo quella che chiameremo « *curva di precisione* » utilizzando la espressione [2].

Poiché gli errori accidentali che si commettono nella valutazione delle distanze epicentrali sono più o meno accettabili, come si è detto, a seconda delle distanze stesse, assumiamo nella [2], in luogo di  $\sigma$ , gli errori relativi medi  $\left( \frac{\delta A}{A} \right) \cdot 100$  che abbiamo chiamato  $\varepsilon_i$ .

La curva

$$h = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\varepsilon} \quad [2']$$

è un ramo di iperbole nel piano  $(\varepsilon, h)$ ; essa consente di stabilire per ogni valore di «  $\varepsilon$  » la corrispondente precisione «  $h$  » della valutazione effettuata (v. Fig. 4).

Sul grafico sono riportate le rette

$$\varepsilon_A = 0,821 \quad \varepsilon_B = 1,243 \quad \varepsilon_C = 1,750$$

corrispondenti alle classificazioni relative alle curve A, B, C. Il grafico chiarisce e giustifica tutto quanto precedentemente esposto.

Ricordiamo che i valori di  $\varepsilon_A$ ,  $\varepsilon_B$ ,  $\varepsilon_C$  sono stati calcolati a partire da 2000 km, perché per distanze inferiori gioca un ruolo abbastanza importante la « zona di confidenza » intorno all'epicentro di cui abbiamo già trattato, però la suddivisione proposta copre ampiamente ogni incertezza, rendendo ancora più rigorosa la classificazione.

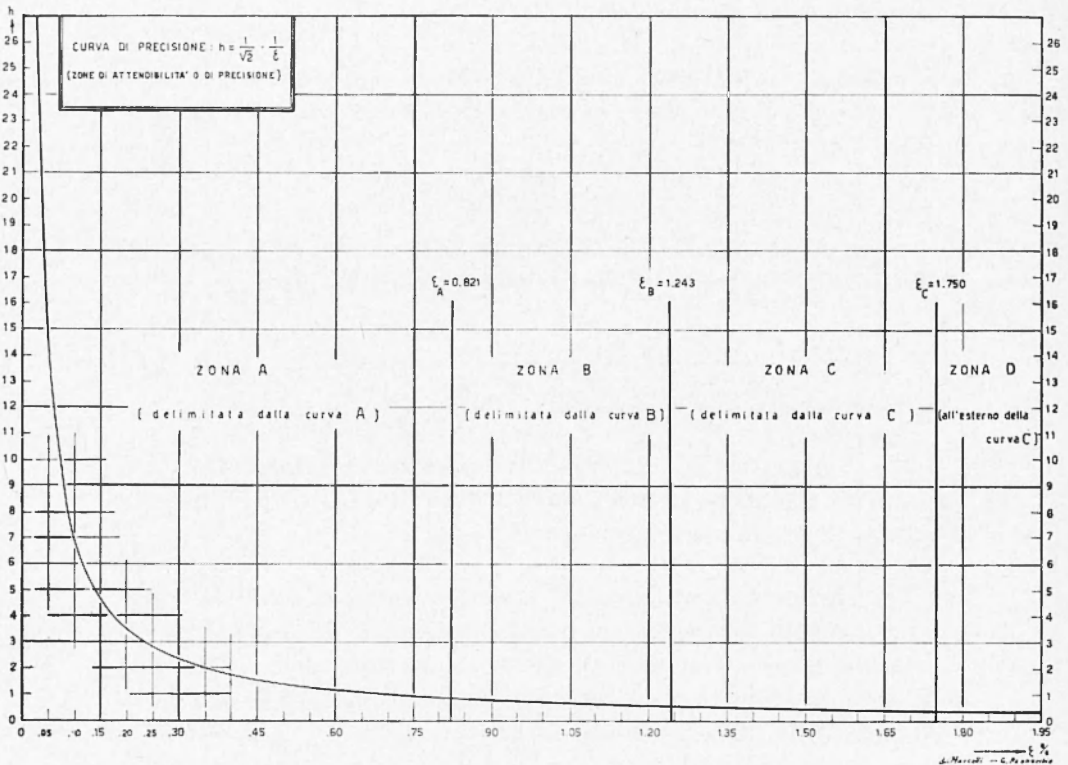


Fig. 4

La zona D della Fig. 4 rappresenta la parte relativa ad una precisione così scarsa da essere inaccettabile ai fini di una utilizzazione di dati che vi si trovano.

Per dare una *interpretazione probabilistica* alle classificazioni suggerite

A B C D

possiamo dire che gli errori relativi medi che si commettono nel valutare le distanze interpretando un sismogramma sono da considerarsi variabili aleatorie normali: esse si distribuiscono intorno ai valori reali secondo una forma normale simmetrica rispetto ad una ordinata condotta nel punto di massima precisione: un tale punto corrisponde all'ipotetico caso di una perfetta coincidenza tra  $\Delta$  osservate e  $\Delta$  calcolate ( $\varepsilon = 0$ ).

Se riferiamo i valori trovati

$$(a) \quad \begin{aligned} \varepsilon_A &= \pm 0,821 \\ \varepsilon_B &= \pm 1,243 \\ \varepsilon_C &= \pm 1,750 \\ \varepsilon_D &= > |1,750| \end{aligned}$$

al valore migliore accettato  $\varepsilon_A$ , e chiamiamo  $\varepsilon'_i = \varepsilon_i/\varepsilon_A$  si avrà:

$$(a') \quad \begin{aligned} \varepsilon'_A &= \pm 1 \\ \varepsilon'_B &= \pm 1,514 \\ \varepsilon'_C &= \pm 2,132 \\ \varepsilon'_D &= > |2,132| \end{aligned}$$

Ciò equivale a considerare la distribuzione normale normalizzata della Fig. 5 in cui le (a) individuano tre porzioni distinte corrispondenti alle precisioni date dalle curve A, B, C.

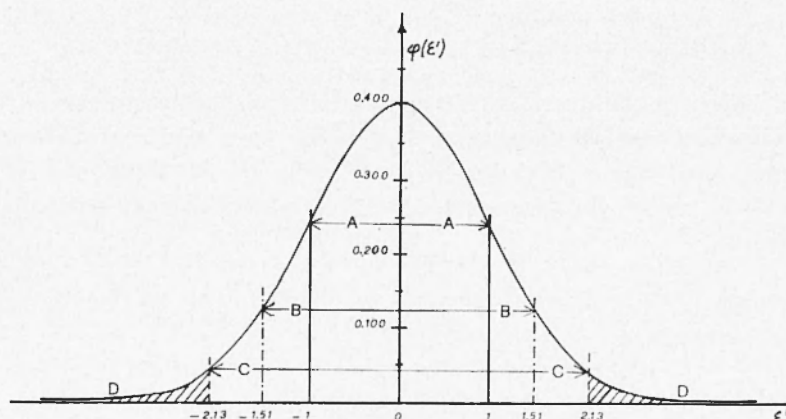


Fig. 5 - Distribuzione normale normalizzata degli errori: interpretazione probabilistica delle classificazioni A, B, C, D.

In tal caso, dalle tavole della distribuzione normale si possono desumere i valori delle aree centrali delimitate dalla curva in corrispondenza ai valori delle ascisse  $\pm \varepsilon_i'$ : queste aree, com'è noto, danno in generale il valore della probabilità con cui le variabili normalizzate sono contenute entro i limiti  $\pm \varepsilon_i'$ .

Si ha precisamente che:

se adottiamo la classe A (cui corrisponde in Fig. 5  $\varepsilon_A' = \pm 1$ ) la probabilità di avere delle  $\Delta$  interpretate che differiscono da quelle calcolate con un errore relativo  $\leq |0,821|$  è pari a  $\sim 0,68$

se adottiamo la classe B (cui corrisponde in Fig. 5  $\varepsilon_B' = \pm 1,51$ ) la probabilità di avere delle  $\Delta$  interpretate che differiscono da quelle calcolate con un errore relativo  $\leq |1,243|$  è pari a  $\sim 0,87$

se adottiamo la classe C (cui corrisponde in Fig. 5  $\varepsilon_C' = \pm 2,13$ ) la probabilità di avere delle  $\Delta$  interpretate che differiscono da quelle calcolate con un errore relativo  $\leq |1,750|$  è pari a  $\sim 0,97$ .

Nella classe D (cui corrisponde in figura la zona tratteggiata) andranno collocate tutte le determinazioni di  $\Delta$  fatte con un errore relativo superiore a  $|1,750|$  e che riteniamo necessario rigettare.

Con le classificazioni proposte si possono mettere in evidenza anche i vari tipi di errore che si riscontrano nell'esame dei dati forniti dalle varie stazioni.

Ricordando che la teoria classica degli errori di osservazione distingue tre tipi di errori:

- gli « errori aleatori o accidentali »
- gli « errori sistematici »
- e gli « errori grossolani »,

si può ritenere che questi ultimi rientreranno in quella porzione della distribuzione normale che risulta da scartare: invece gli errori aleatori e quelli sistematici potranno rientrare nelle classificazioni A, B, C e potranno essere presi in esame per qualche ricerca di particolare interesse.

## CONCLUSIONI.

Gli errori relativi alle misure sismologiche, sono stati oggetto di attenzione anche da parte di altri studiosi (Freedman, Herrin, Tucker, ...) i quali però ne hanno fatto una trattazione matematica teo-

rica. Noi invece ci siamo proposti di dare al problema un aspetto pratico, con l'intento di suggerire — mediante le classificazioni esposte — un utile strumento di lavoro.

Noi stessi ne abbiamo fatto un ampio uso in uno studio (7) condotto per valutare l'attendibilità delle curve di tragitto  $P_n$  provenienti dalla Sicilia.

Questo modo di classificare i dati ci ha consentito di elaborarli efficacemente e di trarne conclusioni interessanti anche per ciò che concerne i dati di stazione e i dati ipocentrali.

#### BIBLIOGRAFIA

- (1) Bulletin of the International Seismological Centre (anni 1969, 1970, 1972) Edinburgh.
- (2) DORE P., 1962. — *Introduzione al calcolo delle Probabilità e alle sue applicazioni ingegneristiche*, Bologna.
- (3) FREEDMAN H. W., 1968. — *Seismological Measurements and measurement error*. « Bull. of the Seismol. Soc. of America », August.
- (4) HERRIN, ARNOLD, BOLT, (et al...), 1968. — *1968 Seismological Tables for P Phases*. « Bull. of the Seismol. Soc. of America », August.
- (5) JEFFREYS-BULLEN, 1940. — *Seismological Tables (1940)*. « Brit. Assn. Gray-Milne Trust ».
- (6) MARCELLI L., PANNOCCHIA G., 1974. — *Ancora sui tempi di tragitto delle  $P_n$  provenienti dalla Sicilia. Tabelle numeriche per varie profondità ipocentrali*. « Annali di Geofisica », XXVII, 1-2.
- (7) MARCELLI L., PANNOCCHIA G., 1974 — *Indagini su alcuni terremoti con epicentro nell'area Mediterranea. Valutazione dell'attendibilità delle dromerone  $P_n$  calcolate per i terremoti avvenuti nella Sicilia occidentale* « Annali di Geofisica », XXVII, 3-4.
- (8) PICCARI P. L., 1974. — *Manuale di controllo, di qualità e di affidabilità*. ISEDI, Milano.
- (9) PIERI L., ROSSI TESI F., 1970. — « Tests » statistici in *Geodesia e Geofisica*. « Boll. di Geodesia e Scienze Affini », 4.
- (10) TUCKER W., HERRIN and FREEDMAN H. W., 1968. — *Some Statistical Aspects of the Estimation of Seismic Travel Times*. « Bull. of the Seismol. Soc. of America », August.